

Analisi Matematica 1

Prova scritta 27/01/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Le radici reali dell'equazione $P(z) = 0$, ove $P(z)$ è un polinomio a coefficienti reali di grado 18, sono 3 e sono tutte doppie. Allora la somma delle molteplicità delle radici con parte immaginaria > 0 vale a 5; b 6; c 4; d 0.
2. Una funzione $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è biiettiva e di classe C^1 e verifica $u^3(2) = 27$ e $u'(2) = 7$. Allora a $(u^{-1})'(3) = 1/7$; b $(u^{-1})'(3) = 7$; c $(u^{-1})'(27) = 1/7$; d $(u^{-1})'(27) = 7$.
3. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ verifica $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)| = +\infty$. Allora esiste $\sigma \in (0, 1)$ tale che a $|\operatorname{Re} f(x)| \geq 1$ e $|\operatorname{Im} f(x)| > 4$ se $x \in (0, \sigma)$; b $|f(x)| \geq 2$ se $|x| \leq \sigma/2$; c $\cosh(\operatorname{Re} f(x)) + |\operatorname{Im} f(x)|^4 > \sigma$ se $x \in (\sigma, 2\sigma)$; d $\operatorname{Im} f(x) > 0$ se $x \in (0, \sigma)$.
4. La successione $\{(n^4 + 6n^2)^{1/2} - n^2\}$ a diverge a $+\infty$; b diverge a $-\infty$; c converge a 2; d converge a 3.
5. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^\alpha \arctan x^{5\alpha} \sinh x^{2\alpha}$ se $x > 0$ e $f(x) = x$ se $x \leq 0$. Allora f è differenziabile a se $\alpha = 1/8$; b se $\alpha = 1/9$; c se e solo se $\alpha > 1$; d se e solo se $\alpha \geq 1$.
6. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x y e^{-2y/3} dy$ è a $-4/9$; b $-9/4$; c $4/9$; d $9/4$.
7. Sia $A = [-6, 6]^2$ e per ogni rettangolo $E \subseteq A$ si ponga $m(E) = \operatorname{lungh}(E \cap R) + k(E)$ ove R è la retta $3x_1 = 4x_2$ e $k(E) = 2$ se E contiene l'origine e $k(E) = 0$ in caso contrario. Se $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ è data da $f(x) = 8$ se $x_1 > 0$ e $x_2 \geq 0$, $f(x) = -8$ se $x_1 \leq 0$ e $x_2 \geq 0$, $f(x) = 0$ altrimenti, allora l'integrale $\int_A f(x) dm$ vale a 2; b 0; c 44; d 40.
8. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (n^{-2\alpha} + \sin(n^{2-\alpha})) / \sin \frac{n^2+2}{n^2}$ a diverge se $\alpha = 3, 5$; b converge per ogni $\alpha > 0$; c converge se $\alpha = 4$; d diverge per ogni $\alpha > 0$.
9. Per $n \in \mathbb{N}$ sia $a_n = n^{5,1} e^{-n/3}$ e sia $m \in \mathbb{N}$ tale che $\max_{n \in \mathbb{N}} a_n = \max\{a_m, a_{m+1}\}$. Allora m vale a 13; b 18; c 15; d 17.
10. Se $\psi(x, y, z) = \cosh \ln(1 + x^{24} y^6) = a + b(x-1) + c(y-1) + d(z-4) + o(|(x, y, z) - (1, 1, 4)|)$ per $(x, y, z) \rightarrow (1, 1, 4)$, allora b vale a 9; b 24; c 6; d 4.

spazio riservato alla commissione