Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 26/09/05	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $u : [0,T) \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ la soluzione massimale del problema di Cauchy $u'(t) = \sqrt{u^2(t)+1} - u(t)$ e $u(0) = 0$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $T < +\infty$; $\boxed{\text{b}}$ u è crescente e limitata; $\boxed{\text{c}}$ u è concava; $\boxed{\text{d}}$ u è costante.

2. Siano $A = \mathbb{R} \setminus [0,3]$ e $f : A \to \mathbb{R}$ continua. Allora $\boxed{\text{a}}$ per ogni $c \in (\inf f, \sup f)$ l'equazione $f(x) = c$ ha almeno una soluzione in A; $\boxed{\text{b}}$ f almeno un punto di minimo assoluto; $\boxed{\text{c}}$ f è integrabile in $A \cap [2,5]$; $\boxed{\text{d}}$ f è limitata in $A \cap [4,6]$.

3. Fra le funzioni $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ elencate quella uniformemente continua è data dalla formula $f(x) =$ $\boxed{\text{a}}$ $\sin(x^4)$; $\boxed{\text{b}}$ $x^4 \arctan x$; $\boxed{\text{c}}$ $|\arctan x|^{1/3}$; $\boxed{\text{d}}$ $x^4 \arctan(|x|^{1/3})$.

4. L'integrale $\int_0^{\pi/4} e^x \sin x \, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $e^{\pi/4}$; $\boxed{\text{b}}$ $-e^{\pi/4}$; $\boxed{\text{c}}$ $-1/2$; $\boxed{\text{d}}$ $1/2$.

5. Sia $f(x) = \sin^3 x - \sinh^3 x$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ esiste un intorno di 0 in cui f decresce; $\boxed{\text{b}}$ 0 è un punto di massimo relativo per f; $\boxed{\text{c}}$ esiste un intorno di 0 in cui f cresce; $\boxed{\text{d}}$ 0 è un punto di minimo relativo per f.

6. Sia $f(x) = \int_0^1 \exp(xy^2)\, dy$ per $x \in \mathbb{R}$ e siano $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $f(x) = a + bx + o(x)$ per $x \to 0$. Allora b vale $\boxed{\text{a}}$ 0; $\boxed{\text{b}}$ $1/2$; $\boxed{\text{c}}$ $1/4$; $\boxed{\text{d}}$ $1/3$.

7. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \sin x$ se $x \le 0$ e da $f(x) = 2(\cosh x - 1)$ se $x > 0$ risulta $\boxed{\text{a}}$ di classe C^∞; $\boxed{\text{b}}$ di classe C^3 e non di classe C^4; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^2 e non di classe C^3; $\boxed{\text{d}}$ limitata.

8. Il volume dell'insieme $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ y^2 + z^2 \le 1, \ 0 \le x \le 2, \ y^2 + z^2 \le 2 - x\}$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4\pi/3$; $\boxed{\text{b}}$ 2π; $\boxed{\text{c}}$ $3\pi/2$; $\boxed{\text{d}}$ 0.

9. Sia $\{x_n\}$ una successione reale che ha una sottosuccessione convergente a 0. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\{x_n\}$ è limitata superiormente; $\boxed{\text{b}}$ $\{\sinh x_n\}$ è infinitesima; $\boxed{\text{c}}$ esistono infiniti interi n tali che $\cos x_n > 1/2$; $\boxed{\text{d}}$ $\{\sinh x_n\}$ è convergente.

10. Perché una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 sia di classe C^2 è $\boxed{\text{a}}$ sufficiente che f' sia convessa; $\boxed{\text{b}}$ necessario che f' sia concava; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che esista $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tale che $f(x) = \int_0^x \left(\int_0^y g(t)\, dt \right) dy$ per ogni $x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{d}}$ necessario che f' sia lipschitziana.

---

spazio riservato alla commissione