

Analisi Matematica 2

Prova scritta 24/01/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Fra le funzioni $(0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ espresse dalle formule elencate quella uniformemente continua è a $x^3 \tanh(1/x)$; b $x^2 \arctan(1/x)$; c $x \sin x^2$; d $x^{1/5}/\sinh x$.
2. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $g(x) = \int_0^3 \exp(2x^2 y^2) dy$. Se $g(x) = a + bx + cx^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$, allora c vale a 8; b 18; c 16; d 36.
3. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 e g la restrizione di f al disco D di centro 0 e raggio 1. Perché un punto $x_0 \in \partial D$ sia di massimo assoluto per g è a sufficiente che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 > 0$; b sufficiente che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 < 0$; c necessario che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 \geq 0$; d necessario che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 \leq 0$.
- 4. **Matematici:** Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} 5^{\alpha n} z^n / (n!)^{\alpha}$ a converge semplicemente in almeno uno $z \in \mathbb{C}$; b converge uniformemente nell'insieme $\{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ se e solo se $\alpha \geq 1$; c converge uniformemente in \mathbb{C} se $\alpha = 1$; d converge assolutamente in ogni $z \in \mathbb{C}$ ma non uniformemente in \mathbb{C} se $\alpha = 1/5$.
5. Tra le funzioni $v : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 tali che $v''(t) - 6v'(t) + 9v(t) = 1 + \sin t$ per $t \geq 0$ quelle limitate sono a infinite ma non tutte; b nessuna; c una e una sola; d tutte.
6. Siano $B = \{(x, y, z) \in [0, +\infty)^2 \times [0, 1] : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y, z) = y(x^2 + y^2)^2$. Allora l'integrale $\int_B f(x, y, z) dx dy dz$ vale a 1/7; b 1/9; c 1/6; d 1/8.
- 7. **Matematici:** Siano $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ e $\Omega' = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_2 \neq 0\}$ e sia $\omega : \Omega \rightarrow (\mathbb{R}^3)^*$ data da $\omega(x) = |x|^{-3}(x_1 dx_1 + x_2 dx_2 + x_3 dx_3)$. Allora ω è a esatta in Ω' ; b esatta in Ω' ma non in Ω ; c chiusa ma non esatta in Ω' ; d chiusa ma non esatta in Ω .
8. Siano $\Gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2 + 5y^2)^3 = 1\}$ e $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = (x^2 + y^2)^{-1}$. Allora f a non è limitata; b non ha minimo e $\inf f = 1$; c ha massimo e $\max f = 5$; d ha massimo e $\max f = 3$.
9. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^x \ln(3 + 2y) dy$. Allora $\lim_{x \rightarrow 0} x^{-2}(F(x) + F(-x))$ vale a 3/2; b 2/3; c 1; d 0.
10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy completo $u'(t) = \sin u(t) - \sin t$ e $u(0) = 0$. Allora $t = 0$ è per u un punto a non stazionario; b di massimo locale; c stazionario ma non di estremo locale; d di minimo locale.

spazio riservato alla commissione