Analisi Matematica 2

Prova scritta 24/01/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Fra le funzioni $(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ espresse dalle formule elencate quella uniformemente continua è $\boxed{a}$ $x^3 \tanh(1/x)$; $\boxed{b}$ $x^2 \arctan(1/x)$; $\boxed{c}$ $x \sin x^2$; $\boxed{d}$ $x^{1/5}/\sinh x$.

2. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $g(x) = \int_0^3 \exp(2x^2y^2)\,dy$. Se $g(x) = a + bx + cx^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$, allora c vale $\boxed{a}$ 8 ; $\boxed{b}$ 18 ; $\boxed{c}$ 16 ; $\boxed{d}$ 36 .

3. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e g la restrizione di f al disco D di centro 0 e raggio 1 . Perché un punto $x_0 \in \partial D$ sia di massimo assoluto per g è $\boxed{a}$ sufficiente che $\nabla f(x_0)\cdot x_0 > 0$; $\boxed{b}$ sufficiente che $\nabla f(x_0)\cdot x_0 < 0$; $\boxed{c}$ necessario che $\nabla f(x_0)\cdot x_0 \geq 0$; $\boxed{d}$ necessario che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 \leq 0$.

• **4. Matematici:** Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} 5^{\alpha n} z^n/(n!)^{\alpha}$ $\boxed{a}$ converge semplicemente in almeno uno $z \in \mathbb{C}$; $\boxed{b}$ converge uniformemente nell'insieme $\{z \in \mathbb{C} : \ |z| \leq 1\}$ se e solo se $\alpha \geq 1$; $\boxed{c}$ converge uniformemente in $\mathbb{C}$ se $\alpha = 1$; $\boxed{d}$ converge assolutamente in ogni $z \in \mathbb{C}$ ma non uniformemente in $\mathbb{C}$ se $\alpha = 1/5$.

5. Tra le funzioni $v : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tali che $v''(t) - 6v'(t) + 9v(t) = 1 + \sin t$ per $t \geq 0$ quelle limitate sono $\boxed{a}$ infinite ma non tutte; $\boxed{b}$ nessuna; $\boxed{c}$ una e una sola; $\boxed{d}$ tutte.

6. Siano $B = \{(x,y,z) \in [0,+\infty)^2 \times [0,1] : \ x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z) = y(x^2+y^2)^2$. Allora l'integrale $\int_B f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$ vale $\boxed{a}$ 1/7 ; $\boxed{b}$ 1/9 ; $\boxed{c}$ 1/6 ; $\boxed{d}$ 1/8 .

• **7. Matematici:** Siano $\Omega = \mathbb{R}^3 \setminus \{0\}$ e $\Omega' = \{x \in \mathbb{R}^3 : \ x_2 \neq 0\}$ e sia $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^3)^*$ data da $\omega(x) = |x|^{-3}(x_1\,dx_1 + x_2\,dx_2 + x_3\,dx_3)$. Allora ω è $\boxed{a}$ esatta in Ω' ; $\boxed{b}$ esatta in Ω' ma non in Ω ; $\boxed{c}$ chiusa ma non esatta in Ω' ; $\boxed{d}$ chiusa ma non esatta in Ω .

8. Siano $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ (x^2+5y^2)^3 = 1\}$ e $f : \Gamma \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (x^2+y^2)^{-1}$. Allora f $\boxed{a}$ non è limitata; $\boxed{b}$ non ha minimo e $\inf f = 1$; $\boxed{c}$ ha massimo e $\max f = 5$; $\boxed{d}$ ha massimo e $\max f = 3$.

9. Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^x \ln(3+2y)\,dy$. Allora $\lim_{x\to 0} x^{-2}\big(F(x) + F(-x)\big)$ vale $\boxed{a}$ 3/2 ; $\boxed{b}$ 2/3 ; $\boxed{c}$ 1 ; $\boxed{d}$ 0 .

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy *completo* $u'(t) = \sin u(t) - \sin t$ e $u(0) = 0$. Allora $t = 0$ è per u un punto $\boxed{a}$ non stazionario; $\boxed{b}$ di massimo locale; $\boxed{c}$ stazionario ma non di estremo locale; $\boxed{d}$ di minimo locale.

---

spazio riservato alla commissione