Analisi Matematica 2

Prova scritta 24/01/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Fra le funzioni $(0,+\infty) \to \mathbb{R}$ espresse dalle formule elencate quella uniformemente continua è $\boxed{\text{a}}$ $x^3 \tanh(1/x)$; $\boxed{\text{b}}$ $x^2 \arctan(1/x)$; $\boxed{\text{c}}$ $x \sin x^2$; $\boxed{\text{d}}$ $x^{1/5}/\sinh x$.

2. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $g(x) = \int_0^3 \exp(2x^2y^2)\,dy$. Se $g(x) = a + bx + cx^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$, allora c vale $\boxed{\text{a}}$ 8 ; $\boxed{\text{b}}$ 18 ; $\boxed{\text{c}}$ 16 ; $\boxed{\text{d}}$ 36 .

3. Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 e g la restrizione di f al disco D di centro 0 e raggio 1 . Perché un punto $x_0 \in \partial D$ sia di massimo assoluto per g è $\boxed{\text{a}}$ sufficiente che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 > 0$; $\boxed{\text{b}}$ sufficiente che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 < 0$; $\boxed{\text{c}}$ necessario che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 \geq 0$; $\boxed{\text{d}}$ necessario che $\nabla f(x_0) \cdot x_0 \leq 0$.

• **4.** **Fisici:** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = x\exp(4x^2) - 3\sinh 2x + 5x$. Allora il massimo intero n tale che $f(x) = O(x^n)$ per $x \to 0$ vale $\boxed{\text{a}}$ 3 ; $\boxed{\text{b}}$ 6 ; $\boxed{\text{c}}$ 5 ; $\boxed{\text{d}}$ 4 .

5. Tra le funzioni $v : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tali che $v''(t) - 6v'(t) + 9v(t) = 1 + \sin t$ per $t \geq 0$ quelle limitate sono $\boxed{\text{a}}$ infinite ma non tutte; $\boxed{\text{b}}$ nessuna; $\boxed{\text{c}}$ una e una sola; $\boxed{\text{d}}$ tutte.

6. Siano $B = \{(x,y,z) \in [0,+\infty)^2 \times [0,1] : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y,z) = y(x^2+y^2)^2$. Allora l'integrale $\int_B f(x,y,z)\,dx\,dy\,dz$ vale $\boxed{\text{a}}$ 1/7 ; $\boxed{\text{b}}$ 1/9 ; $\boxed{\text{c}}$ 1/6 ; $\boxed{\text{d}}$ 1/8 .

• **7.** **Fisici:** Per $r > 0$ si ponga $S(r) = \{x \in [0,+\infty)^3 : |x| = r\}$. Allora è vera l'uguaglianza $\int_{S(2^{1/2})} x_2^6\,dS = \lambda \int_{S(1)} x_2^6\,dS$ se λ vale $\boxed{\text{a}}$ 16 ; $\boxed{\text{b}}$ 8 ; $\boxed{\text{c}}$ $8\sqrt{2}$; $\boxed{\text{d}}$ $16\sqrt{2}$.

8. Siano $\Gamma = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : (x^2+5y^2)^3 = 1\}$ e $f : \Gamma \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (x^2+y^2)^{-1}$. Allora f $\boxed{\text{a}}$ non è limitata; $\boxed{\text{b}}$ non ha minimo e $\inf f = 1$; $\boxed{\text{c}}$ ha massimo e $\max f = 5$; $\boxed{\text{d}}$ ha massimo e $\max f = 3$.

9. Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^x \ln(3+2y)\,dy$. Allora $\lim_{x\to 0} x^{-2}\big(F(x) + F(-x)\big)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 3/2 ; $\boxed{\text{b}}$ 2/3 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ 0 .

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy *completo* $u'(t) = \sin u(t) - \sin t$ e $u(0) = 0$. Allora $t = 0$ è per u un punto $\boxed{\text{a}}$ non stazionario; $\boxed{\text{b}}$ di massimo locale; $\boxed{\text{c}}$ stazionario ma non di estremo locale; $\boxed{\text{d}}$ di minimo locale.

---

spazio riservato alla commissione