

Analisi Matematica 1

Prova scritta 24/01/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. L'insieme degli $z \in \mathbb{C}$ tali che $1 < |e^{4z}| \leq 2$ è a un semipiano; b una striscia; c un disco; d una corona circolare.
2. Siano $\mathbf{w} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ data da $\mathbf{w}(t) = (3t, 5t^2, 3t^3)$ e S l'immagine di \mathbf{w} . Allora il vettore $\mathbf{v} = (3, 0, -1)$ è a normale a S in $\mathbf{w}(1)$; b tangente a S in $\mathbf{w}(1)$; c normale a S in $\mathbf{w}(2)$; d tangente a S in $\mathbf{w}(2)$.
3. La funzione continua $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ verifica $f(i) = 2 - 4i$. Allora esiste $\sigma > 0$ tale che a $|\operatorname{Re} f(z)| + |\operatorname{Im} f(z)| > 2$ se $|\operatorname{Re} z| < \sigma$; b $|f(z)| \geq 1$ se $|1 - \operatorname{Im} z| < \sigma$; c $\operatorname{Re} f(z) + \operatorname{Im} f(z) < -1/4$ se $|\operatorname{Re} z| + |1 - \operatorname{Im} z| < \sigma$; d $\operatorname{Im} f(z) < -1/2$ se $|\operatorname{Re} z| + |1 - \operatorname{Im} z| > \sigma$.
4. Sia $x_n = \ln(n^8 + n^5) - 2 \int_1^{e^{3n^4}} \frac{dx}{x}$ per $n = 1, 2, \dots$. Allora il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ vale a 0; b 8; c -8; d -6.
5. Siano $\alpha > 0$ e $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = |y|^{6\alpha} + |x|^{5\alpha}$ se $xy = 0$ e $f(x, y) = 0$ se $xy \neq 0$. Allora f è differenziabile in $(0, 0)$ a se $\alpha > 1/5$; b se e solo se $\alpha > 1$; c per nessun $\alpha > 0$; d se $\alpha > 1/6$.
6. Sia $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 8x/(1 + 4x)$. Allora il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_{[0, x]} f(y) dy$ vale a 8; b 4; c 0; d 2.
7. Sia $S = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 = 0\}$ e per ogni rettangolo $E \subset \mathbb{R}^2$ sia $m(E) = \text{lungh}(E \cap S)$. Se $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è data da $f(x) = -2$ se $x \in (0, 1) \times (2, 3)$, $f(x) = 2$ se $x \in (1, 8) \times (-3, 3)$, $f(x) = 0$ altrimenti, allora $\int_{\mathbb{R}^2} f(x) dm$ vale a 24; b 0; c 14; d 21.
8. Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (n^{5\alpha} + \tanh^{-5\alpha}(n^{7\alpha})) \sin(n^{-7\alpha})$ converge se e solo se a $\alpha > 1$; b $\alpha > 1/5$; c $\alpha > 1/2$; d $\alpha > 1/7$.
9. Se $u : (0, +\infty) \rightarrow (0, +\infty)$ verifica $u^3(x) = x^3 u^2(x) + 18x^9 - (x^3/u(x)) + (1/3)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ e $u(1) = 3$, allora $u'(1)$ vale a 6; b 3; c 9; d 18.
10. Una funzione differenziabile $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ verifica $\nabla f(7, -2, 4) = (3, 4, 5)$. Se r è un versore di \mathbb{R}^3 , allora è impossibile che la derivata $D_r f(7, -2, 4)$ valga a $\sqrt{57}$; b $\sqrt{27}$; c $-\sqrt{27}$; d 0.

spazio riservato alla commissione