

Analisi Matematica 2

Prova scritta 22/01/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con ● è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = xy + (x-2)^2(y-3)^3$ e $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Allora, perché la formula $f(2+h, 3+k) = 6 + ah + bk + ch^2 + dk^2 + hk + o(|(h, k)|^2)$ per $(h, k) \rightarrow (0, 0)$ sia vera è necessario che a $(a, c) = (0, 2)$; b $(a, c) = (0, 3)$; c $(b, d) = (2, 0)$; d $(b, d) = (3, 0)$.
- 2. **Matematici:** Siano $\Omega = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| > 5\}$, $S = \mathbb{R} \times (0, +\infty)$ e $\omega : \Omega \rightarrow (\mathbb{R}^2)^*$ data da $\omega(x) = (x_1 dx_1 + x_2 dx_2)/(|x| - 5)$. Allora ω è a chiusa ma non esatta in Ω ; b esatta in $\Omega \cap S$ ma non in Ω ; c esatta in $\Omega \setminus \bar{S}$ ma non in Ω ; d esatta in Ω .
- 3. **Matematici:** Per $n > 0$ intero sia $f_n : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f_n(x) = \cos^{2n} x + ((x-4)^+)^n$. Allora la successione $\{f_n\}$ (legenda: C=converge, P=puntualmente, U=uniformemente) a CP in \mathbb{R} ; b CP in $(-6, 6)$ ma non in \mathbb{R} ; c CP in $(0, \pi/2)$ ma non uniformemente; d CU in $(0, \pi/2)$ ma non in $[0, \pi/2]$.
4. Posto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < 16x^2 + 9y^2 \leq 12\}$ e $f(x, y) = x^2 - y^2$ per $(x, y) \in D$, la funzione f a non ha minimo e $\inf f = -4/3$; b non ha massimo e $\sup f = 3/4$; c ha massimo e $\max f = 4/3$; d ha minimo e $\min f = -4/3$.
5. Detto $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \max\{|3x+y|, |x+3y|\} \leq 1\}$, l'area di B vale a $4/3$; b $3/4$; c $1/2$; d 2 .
6. Sia $u : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ la soluzione C^2 dell'equazione $u''(t) - 4u(t) = 1$ verificante $u(0) = 3/4$ e $u'(0) = -2$. Allora a u è monotona e non limitata; b $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ è infinito; c u è limitata e non monotona; d $\lim_{t \rightarrow +\infty} u(t)$ è finito.
7. L'area della superficie $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = x, x^2 + y^2 \leq 12/\sqrt{2}\}$ vale a 12π ; b 8π ; c 16π ; d 9π .
8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t) = 4 - \arctan u(t)$, $u(0) = 0$. Allora a u non è globale; b u è non decrescente e convessa; c u è globale e concava; d u è globale e convessa.
9. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{\sin(x^4 y^5)}{x^4} dy$ vale a $1/6$; b $1/5$; c $1/4$; d $1/3$.
10. La funzione $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^{-1/2} \cos x^{1/2}$ è a uniformemente continua in $(0, 1)$; b limitata; c lipschitziana; d uniformemente continua in $(1, +\infty)$.

spazio riservato alla commissione