

Analisi Matematica 1

Prova scritta 22/01/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Detto A l'insieme $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z > 0, \operatorname{Im} z < 0, z^{80} = 1\}$, il numero degli elementi di A è a 20; b 19; c 21; d 22.
2. Per $x > 0$ si ponga $f(x) = x^5 e^{-2x}$ e $s(x) = \sup\{f(y) : y \in (0, x)\}$ e sia $Z = \{x > 0 : s'(x) = 0\}$. Allora $\inf Z$ vale a 5/2; b 2/5; c 3/2; d 2/3.
3. La funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è continua in 0 e $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 3$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che a $f(x) > 1$ se $|x|^8 > \delta$; b $f(x) \leq 6$ se $\delta < x_1^8 < 2\delta$; c $f^2(x) \geq 6$ se $x_1^4 + x_2^4 < 2\delta$; d $f(x) \geq 3$ se $\delta < |x| < 2\delta$.
4. Posto $a_n = n^5 \sqrt{4 + n^{10}} - n^{10}$ per $n \geq 1$, il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ vale a 5; b 3; c 4; d 2.
5. Per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ si ponga $f(x, y) = y(y-6)(y^2-6) \ln x$ se $x > 0$ e $f(x, y) = 0$ se $x \leq 0$. Allora il numero dei punti dell'asse y in cui f è continua è a 0; b 4; c infinito; d 2.
6. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x y e^{-y/2} dy$ vale a 1/4; b 9; c 1/9; d 4.
7. Sia \mathcal{I} il semianello degli intervalli limitati di \mathbb{R} . Per $I \in \mathcal{I}$ siano $m'(I)$ il numero degli elementi di $I \cap \mathbb{Z}$ e $m''(I) = \int_I (x)^+ dx$. Sia m la misura prodotto $m' \times m''$ nel senso del prodotto di spazi di misura. Se $R = (3, 7) \times (-5, 8)$ allora $m(R)$ vale a 72; b 90; c 96; d 54.
8. Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{5\alpha} \tanh(n^{-8\alpha})$ converge semplicemente a se $\alpha \geq 1/2$; b se e solo se $\alpha > 1/4$; c se $\alpha = 1/4$; d se e solo se $\alpha < 1/2$.
9. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ biiettiva e si supponga che f e f^{-1} siano di classe C^1 e che $f(8) = 4$, $f'(8) = 5$, $f(5) = 2$ e $f'(5) = 1/9$. Se $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ è data da $F(x, y) = (f(x), f(y))$, allora $\det D(F^{-1})(4, 2)$ vale a 1/45; b 5/9; c 9/5; d 45.
10. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 verificante $f(4t, \pm 5t) = 0$ per ogni $t \in \mathbb{R}$. Allora $\nabla f(4, -5)$ è a parallelo a $(4, 5)$; b perpendicolare a $(4, -5)$; c parallelo a $(4, -5)$; d perpendicolare a $(4, 5)$.

spazio riservato alla commissione