Analisi Matematica 2

Prova scritta 22/01/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ data da $f(x,y)=xy+(x-2)^2(y-3)^3$ e $a,b,c,d\in\mathbb{R}$. Allora, perché la formula $f(2+h,3+k)=6+ah+bk+ch^2+dk^2+hk+o(|(h,k)|^2)$ per $(h,k)\to(0,0)$ sia vera è necessario che [a] $(a,c)=(0,2)$; [b] $(a,c)=(0,3)$; [c] $(b,d)=(2,0)$; [d] $(b,d)=(3,0)$.

• **2. Fisici:** Siano $\alpha,\beta>0$ e $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data da $f(x)=x^\alpha\sin(x^{-\beta})$ se $x>0$ e $f(x)=0$ se $x\le 0$. Allora f è di classe C^2 se (α,β) vale [a] $(13,6)$; [b] $(10,4)$; [c] $(12,5)$; [d] $(11,3)$.

• **3. Fisici:** La funzione $x\mapsto\int_0^1\exp(-4xy^5)\,dy$, $x\in\mathbb{R}$, è [a] decrescente e concava; [b] crescente e convessa; [c] decrescente e convessa; [d] crescente e concava.

4. Posto $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ 0<16x^2+9y^2\le 12\}$ e $f(x,y)=x^2-y^2$ per $(x,y)\in D$, la funzione f [a] non ha minimo e $\inf f=-4/3$; [b] non ha massimo e $\sup f=3/4$; [c] ha massimo e $\max f=4/3$; [d] ha minimo e $\min f=-4/3$.

5. Detto $B=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ \max\{|3x+y|,|x+3y|\}\le 1\}$, l'area di B vale [a] $4/3$; [b] $3/4$; [c] $1/2$; [d] 2 .

6. Sia $u:[0,+\infty)\to\mathbb{R}$ la soluzione C^2 dell'equazione $u''(t)-4u(t)=1$ verificante $u(0)=3/4$ e $u'(0)=-2$. Allora [a] u è monotona e non limitata; [b] $\lim_{t\to+\infty}u(t)$ è infinito; [c] u è limitata e non monotona; [d] $\lim_{t\to+\infty}u(t)$ è finito.

7. L'area della superficie $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ z=x,\ x^2+y^2\le 12/\sqrt{2}\}$ vale [a] 12π ; [b] 8π ; [c] 16π ; [d] 9π .

8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u'(t)=4-\arctan u(t)$, $u(0)=0$. Allora [a] u non è globale; [b] u è non decrescente e convessa; [c] u è globale e concava; [d] u è globale e convessa.

9. Il limite $\lim_{x\to 0}\int_0^1\frac{\sin(x^4y^5)}{x^4}\,dy$ vale [a] $1/6$; [b] $1/5$; [c] $1/4$; [d] $1/3$.

10. La funzione $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ data da $f(x)=x^{-1/2}\cos x^{1/2}$ è [a] uniformemente continua in $(0,1)$; [b] limitata; [c] lipschitziana; [d] uniformemente continua in $(1,+\infty)$.

---

spazio riservato alla commissione