Analisi Matematica 2

Prova scritta 21/09/10	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $g(x,y,z) = \cos(x^2+y^2) + \tanh^2 z$ per $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$. Allora l'origine è per g un punto [a] di massimo locale; [b] non di estremo locale; [c] di minimo locale; [d] non stazionario.

2. Sia $f : \mathbb{R}^n \to (0,+\infty)$ uniformemente continua. Allora è uniformemente continua anche [a] $(\sinh f)/f$; [b] $(1-\cos f)/f$; [c] f^2 ; [d] $1/f$.

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞. Allora perché f^2 sia convessa è sufficiente che [a] $f'' \geq 0$; [b] $f \geq 0$ e f' sia non decrescente; [c] f sia convessa; [d] $f(x) = x^6 - 1 \;\; \forall x$.

• **4.** **Matematici:** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e si ponga $f_n(x) = f(x+1/n)$ per $x \in \mathbb{R}$ e $n = 1,2,\ldots$. Allora perché $\{f_n\}$ converga uniformemente è sufficiente che f sia [a] di classe C^∞ ; [b] continua; [c] limitata; [d] lipschitziana.

5. La funzione $u : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ è continua e verifica $u(t) = 1 - \int_0^t u(s)\,ds$ per ogni $t \geq 0$. Allora il limite $\lim_{t\to+\infty} u(t)$ [a] vale 1 ; [b] non esiste; [c] vale 0 ; [d] è infinito.

6. Sia $I = \int_S 6y(1+4z)^{-1/2}\,dS$ ove $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : y \geq 0,\ |(x,y)| \leq 1,\ z = x^2+y^2\}$. Allora I vale [a] 4 ; [b] 2 ; [c] 1 ; [d] 3 .

• **7.** **Matematici:** Siano $\omega : \mathbb{R}^2 \to (\mathbb{R}^2)^*$ data da $\omega(x,y) = (3x^2y - x)\,dx + (x^3+y)\,dy$, S il segmento di estremi $(0,1)$ e $(1,1)$ e $I = \int_S \omega$. Allora [a] ω è chiusa e $I = 1/2$; [b] ω non è esatta e $I = 0$; [c] ω non è chiusa $I = -1/2$; [d] ω è esatta e $I = 1$.

8. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y,z) = 2x^4 - x^2(5y - 6z + 1)$. Allora la restrizione di f al piano di equazione $5y = 6z$ ha [a] solo due punti di minimo assoluto e valore minimo $-1/8$; [b] solo due punti di minimo assoluto e valore minimo $1/8$; [c] infiniti punti di minimo assoluto; [d] nessun punto di minimo assoluto.

9. La formula $\lim_{x\to 0} x^{-\alpha}\bigl(4x^2 + \ln(1-4x^2)\bigr) = \ell$ è vera se (α,ℓ) vale [a] $(2,-8)$; [b] $(4,-8)$; [c] $(4,0)$; [d] $(6,0)$.

10. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy **in avanti** $u'(t) = t^3 \arctan u(t)$ e $u(0) = 3$. Allora [a] u è limitata; [b] u è globale e convessa; [c] u non è globale; [d] u è monotona e non convessa.

---

spazio riservato alla commissione