Appello del 21/09/01 – Modulo 2

♠ Il limite $\lim_{x\to 0^+} \dfrac{1-\cos x}{\sinh(x^2)}$ vale

♢ $1/2$

♠ Sia $\{u_n\}$ la successione di funzioni di $\mathbb{R}$ in sé che verifica le condizioni: $u_n(x) = \arctan(u_{n-1}(x)) \ \ \forall x \in \mathbb{R} \ \ \forall n \geq 1$; $u_0(x) = x \ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Allora

♢ la successione $\{u_n(1000)\}$ converge

♠ Sia $v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua. Allora

♢ la funzione $w(x) = \max\big\{0, \min\{v(x), 1\}\big\}$, $x \in \mathbb{R}$, è limitata

♠ Siano $\delta > 0$, $I = (-\delta, \delta)$ e $w : I \to \mathbb{R}$ una funzione di classe C^1 tale che $w'(x) = \sinh w(x) \ \ \forall x \in I$. Allora

♢ da $w(0) \neq 0$ segue $w(x)w(0) > 0 \ \ \forall x \in I$

♠ Sia $z : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $(z'(x))^2 = 1 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$. Allora

♢ $z(1) \neq z(0)$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u''(x) + 4u(x) = 0 \ \ \forall x \in \mathbb{R}$, $u(0) = 1$ e $u'(0) = 2$. Allora $u(2001\pi)$ vale

♢ 1

♠ Siano $Q = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ \max\{x, |y|\} \leq 1\big\}$ e $f : Q \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula $f(x,y) = e^x \sin \pi y$ e si ponga $M = \sup_Q f$ e $m = \inf_Q f$. Allora

♢ $M/m = -1$

♠ Si ponga $Q = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 \leq 1, \ x \geq 0, \ 0 \leq y \leq x\big\}$. Allora $\int_Q xy^2 \, dx \, dy$ vale

♢ $\sqrt{2}/60$

♠ Sia $C = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 = 4, \ |z| \leq 1\big\}$. Allora $\int_C \sinh z \, dS$ vale

♢ 0

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una di classe C^2 il cui hessiano è definito positivo in ogni punto. Allora

♢ ogni punto stazionario di f è un punto di minimo assoluto