Appello del 21/09/01 – Modulo 1

♠ Il limite $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sin \pi x}{\pi(2-x)}$

♢ vale -1

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale verificante $a_n = m\, a_{n+m} \quad \forall\, m, n \geq 1$. Allora

♢ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge

♠ Siano $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ tre successioni reali tali che $a_n = \min\{b_n, c_n\} \quad \forall\, n$. Allora

♢ se $\{b_n\}$ e $\{c_n\}$ sono infinitesime, anche $\{a_n\}$ lo è

♠ Sia C il cilindro definito dalle condizioni $x^2 + y^2 = 4$ e $2 \leq z \leq 5$ e sia $I = \int_C (2/\pi)\, dS$. Allora

♢ $I \leq 25$

♠ Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula $f(x,y) = x^2 + y$. Allora la derivata di f nel punto $(1,1)$ nella direzione del versore $(1,1)/\sqrt{2}$ vale

♢ $3/\sqrt{2}$

♠ Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula $f(x,y,z) = xyz$ e sia L il suo differenziale nel punto $(0,1,2)$. Allora, per ogni $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3) \in \mathbb{R}^3$, il valore $L\mathbf{h}$ vale

♢ $2h_1$

♠ Posto $I = [-1,1]$, sia $\{u_n\}$ una successione di funzioni di I in sé verificante le condizioni: u_0 è continua e dispari; $u_n(x) = u_0(u_{n-1}(x)) \quad \forall\, x \in I \quad \forall\, n \geq 1$. Allora

♢ $\int_I u_{10}(t)\, dt = 0$

♠ Sia $\{a_n\}$ la successione reale tale che $a_n = \tanh(a_{n-1}) \quad \forall\, n \geq 1$ e $a_0 = 2001$. Allora

♢ $a_{1000} > 0$

♠ Sia $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione lipschitziana con costante di Lipschitz L . Allora

♢ $w(x) \leq w(0) + L|x| \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$

♠ La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/2}(-1)^n$

♢ converge