Analisi Matematica I – Esame sul primo modulo

Appello del giorno 21/09/01	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia C il cilindro definito dalle condizioni $x^2+y^2=4$ e $2 \le z \le 5$ e sia $I = \int_C (2/\pi)\, dS$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $I < 4\pi$; $\boxed{\text{b}}$ $I \le 25$; $\boxed{\text{c}}$ $I > 25$; $\boxed{\text{d}}$ $I < 0$.

2. Sia $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione lipschitziana con costante di Lipschitz L . Allora $\boxed{\text{a}}$ $w(x) \le w(y) + L|x| \quad \forall\, x, y \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{b}}$ $w(x) \le w(0) + L|x| \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ $|w(x)| \le L|x| \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$; $\boxed{\text{d}}$ $|w(x)| \le L \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$.

3. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1/2}(-1)^n$ $\boxed{\text{a}}$ oscilla; $\boxed{\text{b}}$ converge; $\boxed{\text{c}}$ diverge; $\boxed{\text{d}}$ converge e la sua somma è positiva.

4. Sia $\{a_n\}$ una successione reale verificante $a_n = m\, a_{n+m} \quad \forall\, m, n \ge 1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ la successione $\{a_n\}$ è strettamente decrescente; $\boxed{\text{b}}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ converge; $\boxed{\text{c}}$ $a_n a_m > 0 \quad \forall\, m, n \ge 1$; $\boxed{\text{d}}$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ non converge.

5. Siano $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ tre successioni reali tali che $a_n = \min\{b_n, c_n\} \quad \forall\, n$. Allora $\boxed{\text{a}}$ se $\{b_n\}$ e $\{c_n\}$ sono infinitesime, anche $\{a_n\}$ lo è; $\boxed{\text{b}}$ se $b_n \le 1/n$ e $c_n \le 1/n$ $\forall\, n \ge 1$ risulta $\lim a_n = 0$; $\boxed{\text{c}}$ da $b_n c_n = 0 \quad \forall\, n$ segue $\exists n :\ a_n = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $a_n b_n c_n \le 0$ $\forall\, n$.

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula $f(x,y) = x^2 + y$. Allora la derivata di f nel punto $(1,1)$ nella direzione del versore $(1,1)/\sqrt{2}$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ $2/\sqrt{3}$; $\boxed{\text{c}}$ $3/\sqrt{2}$; $\boxed{\text{d}}$ 1 .

7. Il limite $\displaystyle\lim_{x \to 2} \frac{\sin \pi x}{\pi(2-x)}$ $\boxed{\text{a}}$ vale -1 ; $\boxed{\text{b}}$ vale 0 ; $\boxed{\text{c}}$ vale 1 ; $\boxed{\text{d}}$ non esiste.

8. Posto $I = [-1,1]$, sia $\{u_n\}$ una successione di funzioni di I in sé verificante le condizioni: u_0 è continua e dispari; $u_n(x) = u_0(u_{n-1}(x)) \quad \forall\, x \in I \quad \forall\, n \ge 1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\int_I u_{10}(t)\, dt = 1$; $\boxed{\text{b}}$ $\int_I u_{10}(t)\, dt = 0$; $\boxed{\text{c}}$ u_{10} non è integrabile in I ; $\boxed{\text{d}}$ u_{10} è pari.

9. Sia $\{a_n\}$ la successione reale tale che $a_n = \tanh(a_{n-1}) \quad \forall\, n \ge 1$ e $a_0 = 2001$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $a_{1000} = 0$; $\boxed{\text{b}}$ $a_{1000} = 1$; $\boxed{\text{c}}$ $a_{1000} < 0$; $\boxed{\text{d}}$ $a_{1000} > 0$.

10. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ la funzione definita dalla formula $f(x,y,z) = xyz$ e sia L il suo differenziale nel punto $(0,1,2)$. Allora, per ogni $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3) \in \mathbb{R}^3$, il valore $L\mathbf{h}$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2h_1$; $\boxed{\text{b}}$ $h_2 + 2h_3$; $\boxed{\text{c}}$ $h_2 + h_3^2$; $\boxed{\text{d}}$ $h_1 + h_2 + h_3$.

---

spazio riservato alla commissione