Strumenti di Analisi Matematica di Base — 21/06/04

♠ Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = x + \sin|x| + \exp(-x^2)$. Allora f è
♢ uniformemente continua

♠ Per $r, h > 0$ sia $\Sigma(r,h)$ la superficie di $\mathbb{R}^3$ descrita dalle condizioni $x^2 + y^2 = r^2$, $x \geq 0$, $0 \leq z \leq h$. Allora la formula $\int_{\Sigma(2,2)} f(x', y', z')\, dS = \alpha \int_{\Sigma(1,2)} f(2x, 2y, z)\, dS$ è vera per ogni $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ continua se α vale
♢ 2

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $x^4 u(x) + 4x^2 = x^2 u^2(x) + 4u(x) \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 0$. Allora, per u , il punto $x = 0$ è di
♢ minimo relativo

♠ Sia $a > 0$ e sia $u : (-a, a) \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u'(t) = 3t^2 u^2(t)$ per $|t| < a$ e $u(0) = 1$. Allora, per u , il punto $t = 0$ è di
♢ flesso

♠ Il punto materiale $\mathbf{x}$ si muove in $\mathbb{R}^2$ secondo la legge $\mathbf{x} = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ per $t \geq 0$. Allora, detta $L(T)$ la lunghezza della traiettoria percorsa nell'intervallo $[0, T]$, il limite $\lim_{T \to +\infty} L(T)$ (che ha il significato di lunghezza complessiva della traiettoria descritta) vale
♢ $\sqrt{2}$

♠ La funzione $f(x) = \int_0^{-x} |\sin t^2|\, dt$, $x \in \mathbb{R}$, risulta
♢ monotona

♠ Sia $f(x) = \sinh(|x|^3)$ per $x \in \mathbb{R}^3$. Allora f è
♢ integrabile su ogni circonferenza

♠ Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia uniformemente continua è sufficiente che f sia
♢ differenziabile con derivata limitata

♠ Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $f(x) = 3 + 2x_1 x_3 + o(|x|^2)$ per $x \to (0,0,0)$. Allora, per f , il punto $(0,0,0)$ è
♢ non di estremo relativo

♠ Sia B il triangolo di vertici $(0,1)$, $(1,0)$ e $(1,1)$. Allora l'integrale $\int_B x\, dx\, dy$ vale
♢ 1/3