Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 21/06/04	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $a > 0$ e sia $u : (-a, a) \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u'(t) = 3t^2u^2(t)$ per $|t| < a$ e $u(0) = 1$. Allora, per u , il punto $t = 0$ è di $\boxed{\text{a}}$ minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ flesso; $\boxed{\text{d}}$ infinito.

2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $f(x) = 3 + 2x_1x_3 + o(|x|^2)$ per $x \to (0, 0, 0)$. Allora, per f , il punto $(0, 0, 0)$ è $\boxed{\text{a}}$ di minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ non di estremo relativo; $\boxed{\text{d}}$ non stazionario.

3. Sia B il triangolo di vertici $(0, 1)$, $(1, 0)$ e $(1, 1)$. Allora l'integrale $\int_B x\,dx\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/6$; $\boxed{\text{b}}$ $1/2$; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ $1/3$.

4. Per $r, h > 0$ sia $\Sigma(r, h)$ la superficie di $\mathbb{R}^3$ descrita dalle condizioni $x^2+y^2 = r^2$, $x \geq 0$, $0 \leq z \leq h$. Allora la formula $\int_{\Sigma(2,2)} f(x', y', z')\,dS = \alpha \int_{\Sigma(1,2)} f(2x, 2y, z)\,dS$ è vera per ogni $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ continua se α vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; $\boxed{\text{b}}$ $1/4$; $\boxed{\text{c}}$ 4 ; $\boxed{\text{d}}$ 2 .

5. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $x^4u(x)+4x^2 = x^2u^2(x)+4u(x)$ $\forall\, x \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 0$. Allora, per u , il punto $x = 0$ è di $\boxed{\text{a}}$ minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ flesso; $\boxed{\text{d}}$ infinito.

6. Il punto materiale $\mathbf{x}$ si muove in $\mathbb{R}^2$ secondo la legge $\mathbf{x} = e^{-t}(\cos t, \sin t)$ per $t \geq 0$. Allora, detta $L(T)$ la lunghezza della traiettoria percorsa nell'intervallo $[0, T]$, il limite $\lim_{T\to+\infty} L(T)$ (che ha il significato di lunghezza complessiva della traiettoria descritta) vale $\boxed{\text{a}}$ π ; $\boxed{\text{b}}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{\text{c}}$ e ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

7. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = x + \sin|x| + \exp(-x^2)$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ differenziabile; $\boxed{\text{b}}$ uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ limitata; $\boxed{\text{d}}$ di classe C^1 .

8. Sia $f(x) = \sinh(|x|^3)$ per $x \in \mathbb{R}^3$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ limitata; $\boxed{\text{b}}$ non differenziabile nell'origine; $\boxed{\text{c}}$ integrabile su ogni circonferenza; $\boxed{\text{d}}$ di classe C^∞ .

9. Perché $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sia uniformemente continua è sufficiente che f sia $\boxed{\text{a}}$ convessa; $\boxed{\text{b}}$ continua e limitata; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile con derivata limitata; $\boxed{\text{d}}$ di classe C^∞ .

10. La funzione $f(x) = \int_0^{-x} |\sin t^2|\,dt$, $x \in \mathbb{R}$, risulta $\boxed{\text{a}}$ non differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{b}}$ negativa; $\boxed{\text{c}}$ pari; $\boxed{\text{d}}$ monotona.

---

spazio riservato alla commissione