# Concetti di Analisi Matematica di Base

| Appello del giorno 21/06/04 | Cognome e nome (stampatello) | C.L. (M/F) |
|---|---|---|
| | | |

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

**1.** Sia $S$ la serie $\sum_{n=1}^{\infty}(n-1)(3n+1)^{-1}x^n$ ove $x$ è un parametro reale. Allora $S$ converge assolutamente se e solo se $\boxed{\text{a}}$ $|x|<3$ ; $\boxed{\text{b}}$ $x \geq 0$ ; $\boxed{\text{c}}$ $|x|<1$ ; $\boxed{\text{d}}$ $0 \leq x < 1$ .

**2.** Sia $\Gamma$ l'insieme dei punti $x \in \mathbb{R}^2$ tali che $|x|=4$ , $x_1>0$ e $x_2>0$ e sia $f:\Gamma \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x)=1$ se $x_2\sqrt{2}>4$ e $f(x)=5$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_\Gamma f(x)\,ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ $12\pi$ ; $\boxed{\text{b}}$ $4\pi$ ; $\boxed{\text{c}}$ $8\pi$ ; $\boxed{\text{d}}$ $6\pi$ .

**3.** Una misura $m$ in $[0,+\infty)$ verifica la proprietà: $m(I)=b^2-a^2$ se $I$ è uno degli intervalli di estremi $a$ e $b$ $(0 \leq a \leq b < +\infty)$ . Allora l'integrale $\int_{[0,3]}[x]\,dm$ , ove $[x]$ denota il massimo intero $\leq x$ , vale $\boxed{\text{a}}$ $3$ ; $\boxed{\text{b}}$ $10$ ; $\boxed{\text{c}}$ $30$ ; $\boxed{\text{d}}$ $13$ .

**4.** Sia $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $f(x)=x_1+2x_3+o(|x|^5)$ per $x \to (0,0,0)$ e sia $g:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $g(x)=\sinh(3f(x))$ . Allora $|\nabla g(0,0,0)|^2$ risulta $\boxed{\text{a}}$ $<10$ ; $\boxed{\text{b}}$ $\in [10,20]$ ; $\boxed{\text{c}}$ $\in (20,40]$ ; $\boxed{\text{d}}$ $>40$ .

**5.** Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $\int_{S(r)} \mathbf{f}\cdot\mathbf{n}\,dS = 4\pi r^3$ per ogni $r>0$ , ove $S(r)$ è la sfera di centro $(0,0,0)$ e raggio $r$ e $\mathbf{n}(x)=x/r$ per $x \in S(r)$ . Allora $\operatorname{div}\mathbf{f}(0,0,0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $3$ ; $\boxed{\text{b}}$ $-3$ ; $\boxed{\text{c}}$ $1$ ; $\boxed{\text{d}}$ $-1$ .

**6.** Il limite $\lim_{n\to\infty} n^4 \sin^2(2/n^2)$ appartiene a $\boxed{\text{a}}$ $(10,+\infty]$ ; $\boxed{\text{b}}$ $(2,10]$ ; $\boxed{\text{c}}$ $[0,1]$ ; $\boxed{\text{d}}$ $(1,2]$ .

**7.** Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tale che $\lim_{x\to(0,0)} = (2,-1)$ . Allora esiste $\delta>0$ tale che $\boxed{\text{a}}$ $f_1(x)>0 \;\; \forall x \in [0,2\delta]^2$ ; $\boxed{\text{b}}$ $|\mathbf{f}(x)|^2 < 2004 \;\; \forall x \in (0,2\delta)^2$ ; $\boxed{\text{c}}$ $|\mathbf{f}(x)|^2 < 505642 \;\; \forall x \in [0,2\delta]^2$ ; $\boxed{\text{d}}$ $f_1(x)f_2(x)<0 \;\; \forall x \in [0,2\delta]^2$ .

**8.** Sia $s$ la somma della serie $\sum_{n=1}^{\infty} 4(-n)^{-3}$ . Allora $s$ appartiene a $\boxed{\text{a}}$ $(-\infty,-1)$ ; $\boxed{\text{b}}$ $[-1,0)$ ; $\boxed{\text{c}}$ $[0,1]$ ; $\boxed{\text{d}}$ $(1,+\infty)$ .

**9.** Sia $\{a_n\}$ una successione reale monotona. Allora $\boxed{\text{a}}$ essa converge; $\boxed{\text{b}}$ essa converge oppure diverge a $+\infty$ ; $\boxed{\text{c}}$ se essa diverge allora diverge a $+\infty$ ; $\boxed{\text{d}}$ essa converge o diverge.

**10.** La funzione $f:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x)=\max\{x^2,x^3\}$ risulta $\boxed{\text{a}}$ differenziabile in $0$ ; $\boxed{\text{b}}$ differenziabile in $1$ ; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile in $\mathbb{R}$ ; $\boxed{\text{d}}$ discontinua in almeno un punto.

---

**spazio riservato alla commissione**