Concetti di Analisi Matematica di Base — 21/02/03

♠ Sia $\{s_n\}$ la successione definita da $s_1 = 2$ e $s_{n+1} = s_n + (-1)^n/\sqrt{n}$. Allora $\{s_n\}$ è
♢ limitata

♠ Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali positive e limitate. Allora
♢ $\lim a_n b_n = 0$ se $\sum a_n$ converge

♠ Sia $I = \int_\Sigma (\cos^2 x + \sinh z + \sin^2 x)\, dS$ ove Σ è l'insieme dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $x > 0$, $y > 0$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Allora I vale
♢ 3π

♠ Sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x, y, z) = 5\cosh^2(yz) + xyz - 5\sinh^2(yz)$ e sia L il suo differenziale in $(1, 1, 1)$, Allora, per $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3) \in \mathbb{R}^3$, $L\mathbf{h}$ vale
♢ $h_1 + h_2 + h_3$

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che la serie $\sum_{n=1}^\infty (-1)^n a_n$ converga assolutamente. Allora
♢ $\{a_n^2\}$ è limitata

♠ Sia $S = \sum_{n=1}^\infty \int_1^2 (\alpha x)^n\, dx$ ove α è un parametro reale > 0 . Allora S converge
♢ se $\alpha < 1/2$

♠ Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0^+} \frac{\sin 5x^3}{\sinh 2x^3}$ vale
♢ $5/2$

♠ Siano $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$ e $\mathbf{n} = (1, 1)/|(1, 1)|$. Allora $(\partial f/\partial n)(1, 1)$ vale
♢ $4\sqrt{2}$

♠ Sia $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $u(x, y) + xu^2(x, y) + yu^3(x, y) = x + 1$ per ogni (x, y) di un intorno dell'origine di $\mathbb{R}^2$ e $u(0, 0) = 1$. Allora $\nabla u(0, 0)$ vale
♢ $(0, -1)$

♠ Per $a, b \in \mathbb{R}$ sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = e^{2x}$ se $x \le 0$ e $a + bx$ se $x > 0$. Allora f è differenziabile in 0
♢ se $(a, b) = (1, 2)$