

Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)
21/02/03		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalle formule $f(x, y, z) = 5 \cosh^2(yz) + xyz - 5 \sinh^2(yz)$ e sia L il suo differenziale in $(1, 1, 1)$, Allora, per $\mathbf{h} = (h_1, h_2, h_3) \in \mathbb{R}^3$, $L\mathbf{h}$ vale a $h_1 h_2 h_3$; b $10 \sinh(h_2 h_3) + h_2 h_3 + h_1 h_3 + h_1 h_2 - 10 \cosh(h_2 h_3)$; c $h_1 + h_2 + h_3$; d $2h_1 + 2h_2 + 2h_3$.
2. Sia $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ differenziabile tale che $u(x, y) + xu^2(x, y) + yu^3(x, y) = x + 1$ per ogni (x, y) di un intorno dell'origine di \mathbb{R}^2 e $u(0, 0) = 1$. Allora $\nabla u(0, 0)$ vale a $(0, -1)$; b $(0, 0)$; c $(-1, -1)$; d $(0, 1)$.
3. Per $a, b \in \mathbb{R}$ sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data dalle formule $f(x) = e^{2x}$ se $x \leq 0$ e $a + bx$ se $x > 0$. Allora f è differenziabile in 0 a se e solo se $b = 2$; b se $a = b = 2$; c se $(a, b) = (1, 2)$; d se e solo se $a = 1$.
4. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali positive e limitate. Allora a $\{a_n b_n\}$ converge; b $\lim a_n b_n = 0$ se $\sum a_n$ converge; c $\{a_n/b_n\}$ converge; d $\sum a_n$ converge se $\lim a_n b_n = 0$.
5. Sia $I = \int_{\Sigma} (\cos^2 x + \sinh z + \sin^2 x) dS$ ove Σ è l'insieme dei punti $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tali che $x > 0$, $y > 0$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 3$. Allora I vale a 12π ; b 4π ; c π ; d 3π .
6. Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ converga assolutamente. Allora a $\{|a_n|\}$ è non crescente; b $a_n a_{n+1} \geq 0$ per ogni n ; c $\{1/(1 + a_n)\}$ diverge; d $\{a_n^2\}$ è limitata.
7. Sia $\{s_n\}$ la successione definita da $s_1 = 2$ e $s_{n+1} = s_n + (-1)^n/\sqrt{n}$. Allora $\{s_n\}$ è a limitata; b convergente a 0; c divergente; d oscillante.
8. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin 5x^3}{\sinh 2x^3}$ vale a $5/3$; b $5/2$; c $5^3/2^3$; d 0.
9. Siano $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$ e $\mathbf{n} = (1, 1)/|(1, 1)|$. Allora $(\partial f/\partial n)(1, 1)$ vale a $4/\sqrt{2}$; b $4\sqrt{2}$; c 4; d 2.
10. Sia $S = \sum_{n=1}^{\infty} \int_1^2 (\alpha x)^n dx$ ove α è un parametro reale > 0 . Allora S converge a se $\alpha < 1/2$; b se $\alpha < 1$; c se e solo se $\alpha < 1/4$; d per ogni $\alpha > 0$.

spazio riservato alla commissione