Concetti di Analisi Matematica di Base — 20/09/04

♠ Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ tale che $\lim_{x\to 2} f(x)=3$. Allora esiste $\delta>0$ tale che
♢ $|f(x)-3|<1/505642$ se $0<|x-2|<\delta$

♠ Sia $\mathbf{f}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ differenziabile tale che $\mathbf{f}(x)=(\sinh(2x),\cos(3x))+\mathbf{o}(x)$ per $x\to 0$. Allora il prodotto $f_1'(0)f_2'(0)$ vale
♢ 0

♠ Sia $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$ continua tale che $\int_{C(r)} f(x)\,dx=2^8r^3$ per ogni $r>0$, ove $C(r)$ è il cubo $[2r,6r]^3$. Allora $f(0)$ vale
♢ 4

♠ La serie $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^3+n}{n^6+n+1}$
♢ converge

♠ Per n intero positivo si ponga $a_n=n^4\sin(3/n^7)$. Allora, per $n\to\infty$, risulta
♢ $a_n=o(1/n^2)$

♠ Siano $\lambda\in\mathbb{R}$ e $f_\lambda:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita dalle formula $f(x)=12x$ se $x\le 0$ e $f(x)=3\sin(\lambda x)$ se $x>0$. Allora
♢ f_λ è differenziabile in 0 se e solo se $\lambda=4$

♠ Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali positive e si ponga $c_n=\min\{a_n,b_n\}$ per $n\in\mathbb{N}$. Allora
♢ $\sum c_n$ converge se $\sum(a_n+b_n)$ converge

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $a_n\le 5$ per ogni n . Allora
♢ la successione $\{\max\{a_n,3\}\}$ ha una sottosuccessione convergente

♠ Sia $\Gamma=\{x\in\mathbb{R}^3:\ x_1^2+x_2^2=9,\ x_3\in[2,8]\}$ e sia $f:\Gamma\to\mathbb{R}$ data dalla formula $f(x)=4$ se $x_1x_2>0$ e $x_3<5$ e nulla altrimenti. Allora l'integrale $\int_\Gamma f(x)\,dS$ vale
♢ $2^2\cdot 3^2\pi$

♠ Sia $A=[0,8]$ e sia m la misura in A che associa a ciascuno degli intervalli $I\subseteq A$ di estremi a e b il numero reale $m(I)=\min\{b,4\}-\min\{a,4\}$. Sia poi $f:A\to\mathbb{R}$ definita da: $f(x)=5$ se $x\le 2$ oppure $x\ge 6$; $f(x)=0$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_A f(x)\,dm$ vale
♢ 10