

Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 20/09/04	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)
--	-------------------------------------	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + n}{n^6 + n + 1}$ a converge e la sua somma è $< 1/2$; b converge; c oscilla; d diverge.
2. Sia $\Gamma = \{x \in \mathbb{R}^3 : x_1^2 + x_2^2 = 9, x_3 \in [2, 8]\}$ e sia $f : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x) = 4$ se $x_1 x_2 > 0$ e $x_3 < 5$ e nulla altrimenti. Allora l'integrale $\int_{\Gamma} f(x) dS$ vale a $2^3 \cdot 3\pi$; b $2^4 \cdot 3^4\pi$; c $2^3 \cdot 3^3\pi$; d $2^2 \cdot 3^2\pi$.
3. Sia $A = [0, 8]$ e sia m la misura in A che associa a ciascuno degli intervalli $I \subseteq A$ di estremi a e b il numero reale $m(I) = \min\{b, 4\} - \min\{a, 4\}$. Sia poi $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = 5$ se $x \leq 2$ oppure $x \geq 6$; $f(x) = 0$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_A f(x) dm$ vale a 16; b 20; c 12; d 10.
4. Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ differenziabile tale che $\mathbf{f}(x) = (\sinh(2x), \cos(3x)) + \mathbf{o}(x)$ per $x \rightarrow 0$. Allora il prodotto $f_1'(0)f_2'(0)$ vale a 6; b 2; c 3; d 0.
5. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ continua tale che $\int_{C(r)} f(x) dx = 2^8 r^3$ per ogni $r > 0$, ove $C(r)$ è il cubo $[2r, 6r]^3$. Allora $f(0)$ vale a 4; b 6; c 0; d 1.
6. Per n intero positivo si ponga $a_n = n^4 \sin(3/n^7)$. Allora, per $n \rightarrow \infty$, risulta a $a_n = o(1/n^3)$; b $a_n = o(1/n^2)$; c $a_n = o(1/n^4)$; d $a_n = o(1/n^5)$.
7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che a $|f(x) - 2| < 1/2004$ se $0 < |x - 3| < \delta$; b $|f(x) - 3| < 1/505642$ se $0 < |x - 2| < \delta$; c $|f(x)|^2 < 505642$ se $|x - 2| \leq \delta$; d $f(x) > 0$ se $|x - 2| \leq \delta$.
8. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni reali positive e si ponga $c_n = \min\{a_n, b_n\}$ per $n \in \mathbb{N}$. Allora a $\sum a_n$ converge se $\sum c_n$ converge; b $\sum c_n$ converge se $\sum(a_n + b_n)$ converge; c $\sum c_n$ diverge se $\sum a_n$ diverge; d $\sum c_n$ converge se $\sum(a_n b_n)$ converge.
9. Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $a_n \leq 5$ per ogni n . Allora a $\{a_n\}$ converge; b $\{a_n\}$ converge a 5 se è anche non decrescente; c $\{a_n\}$ ha una sottosuccessione convergente; d la successione $\{\max\{a_n, 3\}\}$ ha una sottosuccessione convergente.
10. Siano $\lambda \in \mathbb{R}$ e $f_{\lambda} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalle formula $f(x) = 12x$ se $x \leq 0$ e $f(x) = 3 \sin(\lambda x)$ se $x > 0$. Allora a f_{λ} è differenziabile in 0 se e solo se $\lambda = 4$; b f_{λ} è differenziabile in 0 se e solo se $\lambda = 0$; c nessuna delle f_{λ} è differenziabile in 0; d f_{λ} è differenziabile in 0 se e solo se $\lambda = 2$.

spazio riservato alla commissione