

Analisi Matematica 2

Prova scritta 19/06/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = (x^+)^3(\sinh x - x)^4$. Allora il massimo degli interi k per cui f è di classe C^k vale ☐ a 15; ☐ b 16; ☒ c 14; ☐ d 13.
- 2. **Fisici:** Siano $\Omega \subseteq (0, +\infty)^2$ un aperto e $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = -x^\alpha y^\beta$ ove $\alpha, \beta \in (0, +\infty)$. Allora f è convessa ☐ a se e solo se $\alpha + \beta < 1$; ☐ b se $\alpha < 1$ e $\beta < 1$; ☐ c se Ω è un disco; ☒ d se $\alpha = \beta = 1/4$ e Ω è un quadrato.
- 3. **Fisici:** Se $G = \{(x, y) \in [0, 1]^2 : y = x^2\}$, l'integrale $\int_G x^2 y^3 (1 + 4x^2)^{-1/2} ds$ vale ☐ a 9; ☐ b $1/8$; ☒ c $1/9$; ☐ d 8.
4. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 6\}$ e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 + 2y^2$. Allora ☐ a f non ha minimo; ☐ b $\inf f = 12$; ☐ c $\min f = 6$; ☒ d $f(z) \geq 4 \quad \forall z \in A$.
5. Per $\gamma \in \mathbb{R}$ sia $\lambda(\gamma) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2-\gamma} (1 - \cos x + \ln(1+x) - \sin x)^3$. Allora $\lambda(11)$ vale ☐ a $1/4$; ☐ b 0; ☒ c $1/8$; ☐ d $+\infty$.
6. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u''(t) - 5u'(t) + 6u(t) = -e^{2t}$ per ogni t e $u(0) = u'(0) - 1 = 0$. Allora $\sup_{(-\infty, 0)} |u|$ vale ☐ a $2e$; ☐ b $2/e$; ☐ c $e/2$; ☒ d $1/(2e)$.
7. Sia $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x|^4 + |y|^4 \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_B (1 - |y|^4)^{3/4} dx dy$ vale ☐ a $10/3$; ☐ b $24/7$; ☐ c $7/2$; ☒ d $16/5$.
8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy $u'(t) = u^2(t) - t^2$ e $u(0) = 0$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che, in $(0, \delta)$, u risulti ☐ a positiva e monotona; ☐ b negativa e convessa; ☒ c concava; ☐ d convessa e monotona.
9. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione data dalla formula $g(x) = \int_S (\sin(xy_1^2) + \sin(xy_2^2)) ds(y)$ ove $S = \{y \in \mathbb{R}^2 : |y| = 4, y_1 \geq 0\}$. Allora $g'(0)$ vale ☒ a 64π ; ☐ b 8π ; ☐ c 16π ; ☐ d 32π .
10. Sia $f(x) = x^{-2,5} \sin(x^3)$ per $x > 0$. Allora (con le notazioni: U = uniformemente continua, L = lipschitziana) f è ☐ a U in $(0, 1)$ e non in $(0, +\infty)$; ☐ b L in $(0, 1)$; ☐ c U in $(1, +\infty)$ e non in $(0, +\infty)$; ☒ d L in $(1, +\infty)$.

spazio riservato alla commissione