

Analisi Matematica 1

Prova scritta 19/06/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $u(x) = 2^{1/2}e^{-x} \sin x$ per $0 \leq x \leq \pi$. Allora $\max u$ vale a $2e^{-\pi/4}$; b $e^{-\pi/4}$; c $e^{-\pi/2}$; d $2e^{-\pi/2}$.
2. Sia $\varphi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $\varphi(0) = 7$. Perché φ sia continua in 0 è a suff. che φ sia strettamente crescente e che i limiti $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(6/n)$ e $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(-1/n^6)$ siano uguali; b suff. che $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(1/n) = 7$; c suff. che $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(e^{1/n}) = 7$; d nec. che $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(e^{1/n}) = 7$.
3. Siano $\sigma > 0$ e, per $n > 0$ intero, $a_n = \sinh(\sigma/n^\sigma) \cos(1/n^5)$ e $b_n = n^{\sigma/2}(1 - e^{5/n})$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n/b_n$ a converge semplicemente se $\sigma = 4$; b converge assolutamente se $\sigma = 1$; c converge se $\sigma = 5$; d converge se $\sigma = 1/5$.
4. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 verificanti $g(x, y) = f(6x + 3y, 3x + 6y)$ per ogni (x, y) e $\nabla f(0, 0) = (5, -6)$. Allora $(\partial g / \partial x)(0, 0)$ vale a 8; b 6; c 12; d 0.
5. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{32} |1 - [1 + (2/n^{32})]^{1/3}|$ vale a 32; b $2/3$; c $3/2$; d $1/32$.
6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 5\alpha + x^5 + \sinh \alpha x$ se $x < 0$ e $f(x) = 3 + \sin \alpha x$ se $x \geq 0$. Allora f è di classe C^1 a se $\alpha = 1$; b se $\alpha = 5$; c se $\alpha = 3$; d se f è continua.
7. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_7^{7x^6} (7 + |y|^6)^{1/6} dy$. Allora F è a non differenziabile in 0; b limitata; c monotona in $(1/7, 7)$ e non in \mathbb{R} ; d monotona in \mathbb{R} .
8. Per ogni rettangolo $R = I \times J$ di \mathbb{R}^2 si ponga $m(R) = \pi \int_I (\sin \pi x)^+ dx \cdot \#(J \cap \mathbb{Z})$, ove $\#$ significa "numero di elementi". Se $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è data da $f(x) = 1/8$ se $x \in (0, 7)^2$ e $f(x) = 0$ altrimenti, allora $\int_{\mathbb{R}^2} f dm$ vale a $1/6$; b 4; c 6; d $1/4$.
9. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ differenziabile tale che $D_{r^+} f(0, 0) = D_{r^-} f(0, 0)$, ove r^\pm sono i versori dei vettori $(\pm 1, 1)$. Allora a $D_1 f(0, 0) > 0$; b $D_2 f(0, 0) = 0$; c $D_1 f(0, 0) = 0$; d $D_2 f(0, 0) > 0$.
10. Sia $z = 4 + 3i$. Allora $\operatorname{Re}(|z|/\bar{z})$ vale a $4/5$; b $3/5$; c $4/25$; d $3/25$.

spazio riservato alla commissione