Analisi Matematica 2

Prova scritta 19/06/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = (x^+)^3(\sinh x - x)^4$. Allora il massimo degli interi k per cui f è di classe C^k vale $\boxed{\text{a}}$ 15 ; $\boxed{\text{b}}$ 16 ; $\boxed{\text{c}}$ 14 ; $\boxed{\text{d}}$ 13 .

• **2.** **Matematici:** Per $x > 0$ e $n \in \mathbb{N}$ sia $f_n(x) = (1-x)^n e^{-2nx}$. Allora la successione $\{f_n\}$ converge uniformemente in $\boxed{\text{a}}$ $(0, +\infty)$; $\boxed{\text{b}}$ $(0, 2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(0, 1/3)$; $\boxed{\text{d}}$ $(1/4, +\infty)$.

• **3.** **Matematici:** Siano $\Omega = \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ e $\omega : \Omega \to (\mathbb{R}^n)^*$ una forma differenziale di classe C^1 . Allora $\boxed{\text{a}}$ ω è esatta se è localmente esatta e $n = 2$; $\boxed{\text{b}}$ ω è esatta se è chiusa e $n = 2$; $\boxed{\text{c}}$ ω è esatta se è localmente esatta e $n = 4$; $\boxed{\text{d}}$ ω è esatta in ogni aperto $\Omega' \subset \Omega$ semplicemente connesso se $n = 4$.

4. Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \geq 6\}$ e $f : A \to \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = x^2 + 2y^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f non ha minimo; $\boxed{\text{b}}$ $\inf f = 12$; $\boxed{\text{c}}$ $\min f = 6$; $\boxed{\text{d}}$ $f(z) \geq 4 \;\; \forall z \in A$.

5. Per $\gamma \in \mathbb{R}$ sia $\lambda(\gamma) = \lim_{x \to 0^+} x^{2-\gamma}\big(1 - \cos x + \ln(1 + x) - \sin x\big)^3$. Allora $\lambda(11)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/4$; $\boxed{\text{b}}$ 0 ; $\boxed{\text{c}}$ $1/8$; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

6. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u''(t) - 5u'(t) + 6u(t) = -e^{2t}$ per ogni t e $u(0) = u'(0) - 1 = 0$. Allora $\sup_{(-\infty, 0)} |u|$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2e$; $\boxed{\text{b}}$ $2/e$; $\boxed{\text{c}}$ $e/2$; $\boxed{\text{d}}$ $1/(2e)$.

7. Sia $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; |x|^4 + |y|^4 \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_B (1 - |y|^4)^{3/4}\, dx\, dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $10/3$; $\boxed{\text{b}}$ $24/7$; $\boxed{\text{c}}$ $7/2$; $\boxed{\text{d}}$ $16/5$.

8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy $u'(t) = u^2(t) - t^2$ e $u(0) = 0$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che, in $(0, \delta)$, u risulti $\boxed{\text{a}}$ positiva e monotona; $\boxed{\text{b}}$ negativa e convessa; $\boxed{\text{c}}$ concava; $\boxed{\text{d}}$ convessa e monotona.

9. Sia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione data dalla formula $g(x) = \int_S \big(\sin(xy_1^2) + \sin(xy_2^2)\big)\, ds(y)$ ove $S = \{y \in \mathbb{R}^2 : |y| = 4, \; y_1 \geq 0\}$. Allora $g'(0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 64π ; $\boxed{\text{b}}$ 8π ; $\boxed{\text{c}}$ 16π ; $\boxed{\text{d}}$ 32π .

10. Sia $f(x) = x^{-2,5} \sin(x^3)$ per $x > 0$. Allora (con le notazioni: U = uniformemente continua, L = lipschitziana) f è $\boxed{\text{a}}$ U in $(0, 1)$ e non in $(0, +\infty)$; $\boxed{\text{b}}$ L in $(0, 1)$; $\boxed{\text{c}}$ U in $(1, +\infty)$ e non in $(0, +\infty)$; $\boxed{\text{d}}$ L in $(1, +\infty)$.

---

spazio riservato alla commissione