Analisi Matematica 2

Prova scritta 19/06/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ data da $f(x)=(x^+)^3(\sinh x - x)^4$. Allora il massimo degli interi k per cui f è di classe C^k vale [a] 15 ; [b] 16 ; [c] 14 ; [d] 13 .

• **2. Fisici:** Siano $\Omega\subseteq(0,+\infty)^2$ un aperto e $f:\Omega\to\mathbb{R}$ data da $f(x,y)=-x^\alpha y^\beta$ ove $\alpha,\beta\in(0,+\infty)$. Allora f è convessa [a] se e solo se $\alpha+\beta<1$; [b] se $\alpha<1$ e $\beta<1$; [c] se Ω è un disco; [d] se $\alpha=\beta=1/4$ e Ω è un quadrato.

• **3. Fisici:** Se $G=\left\{(x,y)\in[0,1]^2 : y=x^2\right\}$, l'integrale $\int_G x^2y^3\left(1+4x^2\right)^{-1/2}ds$ vale [a] 9 ; [b] 1/8 ; [c] 1/9 ; [d] 8 .

4. Siano $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x+y\geq 6\}$ e $f:A\to\mathbb{R}$ data da $f(x,y)=x^2+2y^2$. Allora [a] f non ha minimo; [b] $\inf f=12$; [c] $\min f=6$; [d] $f(z)\geq 4\ \ \forall z\in A$.

5. Per $\gamma\in\mathbb{R}$ sia $\lambda(\gamma)=\lim_{x\to0^+}x^{2-\gamma}\left(1-\cos x+\ln(1+x)-\sin x\right)^3$. Allora $\lambda(11)$ vale [a] 1/4 ; [b] 0 ; [c] 1/8 ; [d] $+\infty$.

6. Sia $u:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u''(t)-5u'(t)+6u(t)=-e^{2t}$ per ogni t e $u(0)=u'(0)-1=0$. Allora $\sup_{(-\infty,0)}|u|$ vale [a] $2e$; [b] $2/e$; [c] $e/2$; [d] $1/(2e)$.

7. Sia $B=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 :\ |x|^4+|y|^4\leq1\}$. Allora l'integrale $\int_B(1-|y|^4)^{3/4}\,dx\,dy$ vale [a] 10/3 ; [b] 24/7 ; [c] 7/2 ; [d] 16/5 .

8. Sia u la soluzione massimale del problema di Cauchy $u'(t)=u^2(t)-t^2$ e $u(0)=0$. Allora esiste $\delta>0$ tale che, in $(0,\delta)$, u risulti [a] positiva e monotona; [b] negativa e convessa; [c] concava; [d] convessa e monotona.

9. Sia $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ la funzione data dalla formula $g(x)=\int_S\left(\sin(xy_1^2)+\sin(xy_2^2)\right)ds(y)$ ove $S=\{y\in\mathbb{R}^2 : |y|=4,\ y_1\geq0\}$. Allora $g'(0)$ vale [a] 64π ; [b] 8π ; [c] 16π ; [d] 32π .

10. Sia $f(x)=x^{-2{,}5}\sin(x^3)$ per $x>0$. Allora (con le notazioni: U = uniformemente continua, L = lipschitziana) f è [a] U in $(0,1)$ e non in $(0,+\infty)$; [b] L in $(0,1)$; [c] U in $(1,+\infty)$ e non in $(0,+\infty)$; [d] L in $(1,+\infty)$.

---

spazio riservato alla commissione