Analisi Matematica 1

Prova scritta 19/06/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $u(x) = 2^{1/2}e^{-x}\sin x$ per $0 \le x \le \pi$. Allora $\max u$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2e^{-\pi/4}$; $\boxed{\text{b}}$ $e^{-\pi/4}$; $\boxed{\text{c}}$ $e^{-\pi/2}$; $\boxed{\text{d}}$ $2e^{-\pi/2}$.

2. Sia $\varphi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tale che $\varphi(0) = 7$. Perché φ sia continua in 0 è $\boxed{\text{a}}$ suff. che φ sia strettamente crescente e che i limiti $\lim_{n\to\infty} \varphi(6/n)$ e $\lim_{n\to\infty} \varphi(-1/n^6)$ siano uguali; $\boxed{\text{b}}$ suff. che $\lim_{n\to\infty} \varphi(1/n) = 7$; $\boxed{\text{c}}$ suff. che $\lim_{n\to\infty} \varphi(e^{1/n}) = 7$; $\boxed{\text{d}}$ nec. che $\lim_{n\to\infty} \varphi(e^{1/n}) = 7$.

3. Siano $\sigma > 0$ e, per $n > 0$ intero, $a_n = \sinh(\sigma/n^\sigma)\cos(1/n^5)$ e $b_n = n^{\sigma/2}(1 - e^{5/n})$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n/b_n$ $\boxed{\text{a}}$ converge semplicemente se $\sigma = 4$; $\boxed{\text{b}}$ converge assolutamente se $\sigma = 1$; $\boxed{\text{c}}$ converge se $\sigma = 5$; $\boxed{\text{d}}$ converge se $\sigma = 1/5$.

4. Siano $f, g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 verificanti $g(x, y) = f(6x + 3y, 3x + 6y)$ per ogni (x, y) e $\nabla f(0, 0) = (5, -6)$. Allora $(\partial g/\partial x)(0, 0)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 8 ; $\boxed{\text{b}}$ 6 ; $\boxed{\text{c}}$ 12 ; $\boxed{\text{d}}$ 0 .

5. Il limite $\lim\limits_{n\to\infty} n^{32}|1 - [1 + (2/n^{32})]^{1/3}|$ vale $\boxed{\text{a}}$ 32 ; $\boxed{\text{b}}$ $2/3$; $\boxed{\text{c}}$ $3/2$; $\boxed{\text{d}}$ $1/32$.

6. Siano $\alpha \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 5\alpha + x^5 + \sinh \alpha x$ se $x < 0$ e $f(x) = 3 + \sin \alpha x$ se $x \ge 0$. Allora f è di classe C^1 $\boxed{\text{a}}$ se $\alpha = 1$; $\boxed{\text{b}}$ se $\alpha = 5$; $\boxed{\text{c}}$ se $\alpha = 3$; $\boxed{\text{d}}$ se f è continua.

7. Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_7^{7x^6} (7 + |y|^6)^{1/6}\, dy$. Allora F è $\boxed{\text{a}}$ non differenziabile in 0 ; $\boxed{\text{b}}$ limitata; $\boxed{\text{c}}$ monotona in $(1/7, 7)$ e non in $\mathbb{R}$; $\boxed{\text{d}}$ monotona in $\mathbb{R}$.

8. Per ogni rettangolo $R = I \times J$ di $\mathbb{R}^2$ si ponga $m(R) = \pi \int_I (\sin \pi x)^+\, dx \cdot \#(J \cap \mathbb{Z})$, ove $\#$ significa "numero di elementi". Se $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ è data da $f(x) = 1/8$ se $x \in (0, 7)^2$ e $f(x) = 0$ altrimenti, allora $\int_{\mathbb{R}^2} f\, dm$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/6$; $\boxed{\text{b}}$ 4 ; $\boxed{\text{c}}$ 6 ; $\boxed{\text{d}}$ $1/4$.

9. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $D_{r^+} f(0, 0) = D_{r^-} f(0, 0)$, ove $r^\pm$ sono i versori dei vettori $(\pm 1, 1)$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $D_1 f(0, 0) > 0$; $\boxed{\text{b}}$ $D_2 f(0, 0) = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $D_1 f(0, 0) = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $D_2 f(0, 0) > 0$.

10. Sia $z = 4 + 3i$. Allora $\mathrm{Re}(|z|/\overline{z})$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4/5$; $\boxed{\text{b}}$ $3/5$; $\boxed{\text{c}}$ $4/25$; $\boxed{\text{d}}$ $3/25$.

---

spazio riservato alla commissione