

Analisi Matematica 2

Prova scritta 19/06/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Per $\lambda \in \mathbb{R}$ sia $m(\lambda)$ il massimo degli interi $k \geq 0$ tali che $\lambda x^9 - 2x^3 + \sin 2x^3 = O(x^k)$ per $x \rightarrow 0$. Allora $m(\lambda)$ vale a 15 per ogni $\lambda < 0$; b 15 se $\lambda = 2$; c 9 se $\lambda = 2$; d 9 se $\lambda = 4/3$.
- 2. **Fisici:** Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < |(x, y)| \leq 1\}$ e $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 1/(2x^2 + 3y^2)$. Allora f a ha minimo e massimo; b non ha minimo né massimo; c ha massimo e $\max f$ vale $1/2$; d ha minimo e $\min f$ vale $1/3$.
- 3. **Fisici:** La lunghezza di $\Gamma = \{(4 \cos t^2, 4 \sin t^2, 6 + 3t^2) : t \in [0, 3]\}$ vale a 16; b 9; c 45; d 40.
4. Per $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ si ponga $f(x, y) = y^4 - 4y^3 + 8y^2 - 8y + x^2 - 4x - 1$. Allora il minimo di f a non esiste; b vale -9 ; c vale -10 ; d vale -8 .
5. Sia $\gamma \in \mathbb{R}$. Allora il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^{\gamma-7}((\pi/2) - \arctan(5x^2 + 6))$ esiste finito e non nullo se γ vale a 8; b 10; c 9; d 2.
6. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u''(t) + 2u'(t) + u(t) = 2e^{-t}$ per ogni t e $u(0) = u'(0) = 0$. Allora $u(1)$ vale a $2e^{-1}$; b $2e$; c e ; d e^{-1} .
7. Sia $A = \{(x, y) \in [0, +\infty)^2 : x^2 + (y^2/4) \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_A xy^2 dx dy$ vale a $2/3$; b $1/3$; c $15/8$; d $8/15$.
8. Considerato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^\lambda(1 + u^2(t))$ e $u(0) = \mu$, ove λ e μ sono parametri reali positivi, la sua soluzione massimale è a globale se e solo se $\lambda = \mu$; b non globale e limitata se $\lambda = \mu = 0$; c non globale e convessa se $\lambda < \mu$; d globale e convessa se $\lambda > \mu$.
9. Per $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$, sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 y^\alpha e^{-\beta xy} dy$. Allora f è a crescente e convessa se $\beta < 0$; b non differenziabile in 0 se $\alpha < 1$; c monotona e concava se $\beta > 0$; d crescente e convessa se $\beta > 0$.
10. Siano $\sigma > 0$ e $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = |x|^{\sigma/4} + (1 + |x|^4)^{\sigma/4}$. Allora f è a uniformemente continua per ogni σ ; b lipschitziana se $\sigma < 1$; c uniformemente continua se e solo se $\sigma \leq 1/4$; d lipschitziana per nessun σ .

spazio riservato alla commissione