Analisi Matematica 2

Prova scritta 19/06/13	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Per $\lambda \in \mathbb{R}$ sia $m(\lambda)$ il massimo degli interi $k \geq 0$ tali che $\lambda x^9 - 2x^3 + \sin 2x^3 = O(x^k)$ per $x \to 0$. Allora $m(\lambda)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 15 per ogni $\lambda < 0$; $\boxed{\text{b}}$ 15 se $\lambda = 2$; $\boxed{\text{c}}$ 9 se $\lambda = 2$; $\boxed{\text{d}}$ 9 se $\lambda = 4/3$.

• **2. Matematici:** La serie di potenze $\sum_{n=0}^{\infty} c_n (z-2)^n$ converge semplicemente nel punto $z = 1 + 2i$. Allora il suo raggio di convergenza vale $\boxed{\text{a}}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ 2; $\boxed{\text{d}}$ $\sqrt{5}$.

• **3. Matematici:** Sia $\omega : \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\} \to (\mathbb{R}^2)^*$ la forma differenziale, che è chiusa, data dalla formula $\omega(x,y) = (x^2 + 16y^2)^{-1}(y\,dx - x\,dy)$ e sia C la circonferenza unitaria percorsa una volta in senso orario. Allora $\int_C \omega$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/6$; $\boxed{\text{b}}$ $\pi/5$; $\boxed{\text{c}}$ $\pi/2$; $\boxed{\text{d}}$ $\pi/4$.

4. Per $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ si ponga $f(x,y) = y^4 - 4y^3 + 8y^2 - 8y + x^2 - 4x - 1$. Allora il minimo di f $\boxed{\text{a}}$ non esiste; $\boxed{\text{b}}$ vale -9; $\boxed{\text{c}}$ vale -10; $\boxed{\text{d}}$ vale -8.

5. Sia $\gamma \in \mathbb{R}$. Allora il limite $\lim_{x\to+\infty} x^{\gamma-7}\big((\pi/2) - \arctan(5x^2+6)\big)$ esiste finito e non nullo se γ vale $\boxed{\text{a}}$ 8; $\boxed{\text{b}}$ 10; $\boxed{\text{c}}$ 9; $\boxed{\text{d}}$ 2.

6. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificante $u''(t) + 2u'(t) + u(t) = 2e^{-t}$ per ogni t e $u(0) = u'(0) = 0$. Allora $u(1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2e^{-1}$; $\boxed{\text{b}}$ $2e$; $\boxed{\text{c}}$ e; $\boxed{\text{d}}$ e^{-1}.

7. Sia $A = \{(x,y) \in [0,+\infty)^2 : x^2 + (y^2/4) \leq 1\}$. Allora l'integrale $\int_A xy^2\,dx\,dy$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2/3$; $\boxed{\text{b}}$ $1/3$; $\boxed{\text{c}}$ $15/8$; $\boxed{\text{d}}$ $8/15$.

8. Considerato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^\lambda(1 + u^2(t))$ e $u(0) = \mu$, ove λ e μ sono parametri reali positivi, la sua soluzione massimale è $\boxed{\text{a}}$ globale se e solo se $\lambda = \mu$; $\boxed{\text{b}}$ non globale e limitata se $\lambda = \mu = 0$; $\boxed{\text{c}}$ non globale e convessa se $\lambda < \mu$; $\boxed{\text{d}}$ globale e convessa se $\lambda > \mu$.

9. Per $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$, sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 y^\alpha e^{-\beta xy}\,dy$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ crescente e convessa se $\beta < 0$; $\boxed{\text{b}}$ non differenziabile in 0 se $\alpha < 1$; $\boxed{\text{c}}$ monotona e concava se $\beta > 0$; $\boxed{\text{d}}$ crescente e convessa se $\beta > 0$.

10. Siano $\sigma > 0$ e $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = |x|^{\sigma/4} + (1 + |x|^4)^{\sigma/4}$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ uniformemente continua per ogni σ; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana se $\sigma < 1$; $\boxed{\text{c}}$ uniformemente continua se e solo se $\sigma \leq 1/4$; $\boxed{\text{d}}$ lipschitziana per nessun σ.

---

spazio riservato alla commissione