

Analisi B — variante n. 0

Appello del giorno 19/02/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

L'esercizio contrassegnato con è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Perché una funzione $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ continua abbia massimo assoluto è
 - sufficiente che $f(0) > \lim_{k \rightarrow +\infty} \sup_{x \geq k} f(x)$; necessario che f sia concava;
 - sufficiente che f sia C^2 e che esista $x \in (0, +\infty)$ tale che $f'(x) = 0$ e $f''(x) = -1$;
 - necessario che f sia C^2 e che esista $x \in (0, +\infty)$ tale che $f'(x) = 0$ e $f''(x) \leq 0$.
2. Sia $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^2 \times [0, 1] : 0 \leq 2x \leq \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1\}$. Allora $\int_B e^z dx dy dz$ vale
 - $(e-1)\pi/3$; $e\pi/3$; $e\pi/6$; $(e-1)\pi/6$.
3. Sia $F : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x, y) = \cos y^2 + xy + \exp(x^2)$. Allora $(0, 0)$ è, per F , un punto di
 - massimo locale; minimo locale; stazionario non di estremo locale; minimo globale.
4. Siano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$ e $f : B \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x, y) = 1 + x^2 + y^4$. Allora il numero di punti di estremo assoluto per f è
 - 1; 2; 9; 5.
- 5. **Matematici:** Siano $f_n : (0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ date da $f_n(x) = nx^n \ln x$. Allora $\{f_n\}$
 - converge uniformemente in $(1/2, 1)$; non converge uniformemente in $\{1\}$;
 - converge uniformemente in $[1/2, 1]$; converge uniformemente in $(0, 1/2)$.
6. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u''(t) + u'(t) - 2u(t) = 2e^{-2t}$ per ogni t , $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora $e^{5/6}u(-5/6)$ vale
 - $5/8$; $8/5$; $9/5$; $5/9$.
7. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2 \cos x$ se $x > 0$ e $f(x) = 2 - x \sin x$ se $x \leq 0$. Allora f è
 - C^1 ma non C^2 ; C^2 ma non C^3 ; C^3 ma non C^4 ; C^4 .
8. Considerato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^{1/2}/u^2(t)$, $u(0) = 1$, la sua soluzione massimale è
 - globale e limitata; non globale ma limitata; globale ma non limitata; non globale e non limitata.
9. Siano $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ tali che $g(x) = \sum_{k=0}^2 (a_k/k!)x^k + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$. Allora
 - g è C^2 e $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0, 1, 2$; se g ha 2 derivate in 0, allora $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0, 1, 2$;
 - g ha 2 derivate in 0 e $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0, 1, 2$;
 - g può essere non differenziabile in 0.
10. Sia $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita dalla formula data di volta in volta. Quella non uniformemente continua è
 - $|x|/(1 + |x|^3)$; $|x|^{1/2}$; $(x^2 \sin x^2)/(1 + |x|^3)$;
 - $|x|^{1/2} \sin x^2$.