Analisi A

Appello del giorno 19/02/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definita da: $f(0) = 3$, $f(1) = -2$ e, per $x \in (0,1)$, $f(x)$ è la prima cifra dopo la virgola della scrittura decimale di x. Allora l'integrale $\int_0^1 f(x)\,dx$
■ vale $4,5$; [b] vale $14,5$; [c] vale $5,5$; [d] non esiste.

2. Siano $\delta > 0$, $I = (2-\delta, 2+\delta)$ e $v : I \to \mathbb{R}$ di classe C^1 verificante $v(2) = 3$ e $v^3(x) - x^3 = v^2(x) + xv(x) + x^2 + 5(x-2)^4$ per ogni $x \in I$. Allora $(v'(2))^3$ vale
■ 1; [b] 5; [c] 3; [d] 4.

3. Siano S la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos t)^{2n}$ e $I = [0, 2\pi]$. Allora [a] S converge per ogni $t \in I$; [b] S diverge in meno di 3 punti di I; ■ S diverge in meno di 5 punti di I; [d] S oscilla in almeno un $t \in I$.

4. Il limite $\lim_{n\to\infty} n^2 \sin(1/n) \cdot \cos^2(1/n) \cdot \tan(1/n) \cdot \ln(1/n^2)$ vale [a] 0; [b] 1; [c] $+\infty$; ■ $-\infty$.

5. Sia $f : (0, +\infty)^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (1+y^2)^{1/x^2}$. Allora il limite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$
■ non esiste; [b] vale $+\infty$; [c] vale 1; [d] vale e.

6. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 1/2$ se $x \geq \pi/2$ e $f(x) = \cos^3 x/(2 + \sin 2x)$ se $x < \pi/2$. Allora f è [a] continua ma non ovunque differenziabile; [b] di classe C^1; [c] differenziabile ma non di classe C^1; ■ discontinua.

7. Sia $I = \int_{-11}^{-10} (x+11)\ln(x+12)\,dx$. Allora $4I + 12$ vale [a] 4; [b] 5; ■ 13; [d] 7.

8. Sia $z = (1 + i\sqrt{3})^6$. Allora $\operatorname{Re} z - 2 \operatorname{Im} z$ vale [a] 2; [b] 3; ■ 64; [d] 28.

9. Posto $a_n = n^{1/2} - (-1)^n n^{1/3}$ per $n \geq 3$, la serie $\sum_{n=3}^{\infty} (-1)^n/a_n$ [a] converge semplicemente; ■ diverge a $+\infty$; [c] diverge a $-\infty$; [d] oscilla.

10. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $f(x,y) > 0$ se e solo se $y > 0$. Allora è impossibile che [a] $f(0,-2) = 0$; [b] $\nabla f(0,0) = (0,0)$; [c] $\nabla f(2,0) = (0,2)$; ■ $\nabla f(-2,0) = (2,2)$.

---

spazio riservato alla commissione