Analisi B

Appello del giorno 19/02/08	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Perché una funzione $f : [0,+\infty) \to \mathbb{R}$ continua abbia massimo assoluto è
$\boxed{\text{a}}$ sufficiente che $f(0) > \lim_{k\to+\infty} \sup_{x\geq k} f(x)$; $\boxed{\text{b}}$ necessario che f sia concava; $\boxed{\text{c}}$ sufficiente che f sia C^2 e che esista $x \in (0,+\infty)$ tale che $f'(x) = 0$ e $f''(x) = -1$; $\boxed{\text{d}}$ necessario che f sia C^2 e che esista $x \in (0,+\infty)$ tale che $f'(x) = 0$ e $f''(x) \leq 0$.

2. Sia $B = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^2 \times [0,1] : 0 \leq 2x \leq \sqrt{x^2+y^2} \leq 1\}$. Allora $\int_B e^z\, dx\, dy\, dz$ vale
$\boxed{\text{a}}$ $(e-1)\pi/3$; $\boxed{\text{b}}$ $e\pi/3$; $\boxed{\text{c}}$ $e\pi/6$; $\boxed{\text{d}}$ $(e-1)\pi/6$.

3. Sia $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $F(x,y) = \cos y^2 + xy + \exp(x^2)$. Allora $(0,0)$ è, per F , un punto di $\boxed{\text{a}}$ massimo locale; $\boxed{\text{b}}$ minimo locale; $\boxed{\text{c}}$ stazionario non di estremo locale; $\boxed{\text{d}}$ minimo globale.

4. Siano $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = 1+x^2+y^4$. Allora il numero di punti di estremo assoluto per f è $\boxed{\text{a}}$ 1 ; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 9 ; $\boxed{\text{d}}$ 5 .

• **5. Matematici:** Siano $f_n : (0,1] \to \mathbb{R}$ date da $f_n(x) = nx^n \ln x$. Allora $\{f_n\}$
$\boxed{\text{a}}$ converge uniformemente in $(1/2,1)$; $\boxed{\text{b}}$ non converge uniformemente in $\{1\}$; $\boxed{\text{c}}$ converge uniformemente in $[1/2,1]$; $\boxed{\text{d}}$ converge uniformemente in $(0,1/2)$.

6. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u''(t) + u'(t) - 2u(t) = 2e^{-2t}$ per ogni t , $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora $e^{5/6}u(-5/6)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 5/8 ; $\boxed{\text{b}}$ 8/5 ; $\boxed{\text{c}}$ 9/5 ; $\boxed{\text{d}}$ 5/9 .

7. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2\cos x$ se $x > 0$ e $f(x) = 2 - x\sin x$ se $x \leq 0$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ C^1 ma non C^2 ; $\boxed{\text{b}}$ C^2 ma non C^3 ; $\boxed{\text{c}}$ C^3 ma non C^4 ; $\boxed{\text{d}}$ C^4 .

8. Considerato il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = t^{1/2}/u^2(t)$, $u(0) = 1$, la sua soluzione massimale è $\boxed{\text{a}}$ globale e limitata; $\boxed{\text{b}}$ non globale ma limitata; $\boxed{\text{c}}$ globale ma non limitata; $\boxed{\text{d}}$ non globale e non limitata.

9. Siano $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $a_0, a_1, a_2 \in \mathbb{R}$ tali che $g(x) = \sum_{k=0}^{2}(a_k/k!)x^k + o(x^2)$ per $x \to 0$. Allora $\boxed{\text{a}}$ g è C^2 e $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0,1,2$; $\boxed{\text{b}}$ se g ha 2 derivate in 0 , allora $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0,1,2$; $\boxed{\text{c}}$ g ha 2 derivate in 0 e $g^{(k)}(0) = a_k$ per $k = 0,1,2$; $\boxed{\text{d}}$ g può essere non differenziabile in 0 .

10. Sia $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita dalla formula data di volta in volta. Quella non uniformemente continua è $\boxed{\text{a}}$ $x|x|/(1+|x|^3)$; $\boxed{\text{b}}$ $|x|^{1/2}$; $\boxed{\text{c}}$ $(x^2 \sin x^2)/(1+|x|^3)$; $\boxed{\text{d}}$ $|x|^{1/2} \sin x^2$.

---

spazio riservato alla commissione