Analisi A

Appello del giorno 18/09/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 ,** **Bianca = 0 ,** **Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \lim_{n\to\infty}(x \arctan(n^2 x))$. Allora f è ■ continua ma non ovunque differenziabile; $\boxed{\text{b}}$ discontinua in 0 ; $\boxed{\text{c}}$ limitata; $\boxed{\text{d}}$ differenziabile.

2. Si ponga $A^+ = \mathbb{R} \times (0, +\infty)$, $A^- = \mathbb{R} \times (-\infty, 0)$ e $A^0 = \mathbb{R} \times \{0\}$ e in $\mathbb{R}^2$, assumendo i rettangoli come insiemi elementari, si ponga $m(E) = 2\,\mathrm{area}(E \cap (A^+ \cup A^0)) + 3\,\mathrm{area}(E \cap A^-)$ ove E è il generico rettangolo. Siano $B = [0,1] \times [-1,3]$ e $f : B \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2$ se $x \in B \cap A^+$, $f(x) = -3$ se $x \in B \cap A^-$, $f(x) = 1$ se $x \in B \cap A^0$. Allora $\int_B f(x)\, dm$ vale $\boxed{\text{a}}$ 5 ; ■ 3 ; $\boxed{\text{c}}$ -4 ; $\boxed{\text{d}}$ -6 .

3. Siano $\mathbf{r}_\pm \in \mathbb{R}^3$ i versori di $\mathbf{e}_1 \pm \mathbf{e}_3$ e sia $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che nel punto $x_0 = (5, 0, 12)$ risulti $\partial f / \partial r_+ = 6$, $\partial f / \partial r_- = 0$, $\partial f / \partial x_2 = 8$. Allora $|\nabla f(x_0)|$ vale $\boxed{\text{a}}$ 100 ; $\boxed{\text{b}}$ 169 ; $\boxed{\text{c}}$ 13 ; ■ 10 .

4. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie reale e la si denoti con S . Sia poi S' la serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_{2k}$. Allora $\boxed{\text{a}}$ se S converge allora S' converge; $\boxed{\text{b}}$ S converge se e solo se S' converge; ■ se $a_n \geq 0$ per ogni n e S converge allora S' converge; $\boxed{\text{d}}$ se $a_{2k} \geq 0$ per ogni k e S' converge allora S converge.

5. Il limite $\lim_{n\to\infty} \{\sin^3(4/n^5)\} / \{\sinh^5(2/n^3)\}$ vale $\boxed{\text{a}}$ 4 ; ■ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ 8 .

6. Sia $z = (3 - 5i)/(2 + i)$. Allora $3\,\mathrm{Re}\, z + \mathrm{Im}\, z$ vale $\boxed{\text{a}}$ 5 ; ■ -2 ; $\boxed{\text{c}}$ 3 ; $\boxed{\text{d}}$ 7 .

7. Perché $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ abbia in ogni punto le derivate finite in tutte le direzioni è $\boxed{\text{a}}$ necessario che f sia continua; $\boxed{\text{b}}$ sufficiente che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; $\boxed{\text{c}}$ necessario che f sia differenziabile; ■ sufficiente che f sia differenziabile.

8. Il limite $\lim_{(x,y)\to(0,0)} (x^5 y^3 + 3x^2 y^4)/(x^2 + y^2)^2$ $\boxed{\text{a}}$ è $+\infty$; ■ vale 0 ; $\boxed{\text{c}}$ non esiste; $\boxed{\text{d}}$ vale 3 .

9. L'integrale $\int_0^1 (4x + 8x^3) \arctan x \, dx$ vale ■ $\pi - (2/3)$; $\boxed{\text{b}}$ $(3\pi/2) - 1$; $\boxed{\text{c}}$ $10/3$; $\boxed{\text{d}}$ 5 .

10. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n!)^3 / (n^3)!$ $\boxed{\text{a}}$ oscilla; $\boxed{\text{b}}$ diverge; $\boxed{\text{c}}$ converge semplicemente; ■ converge assolutamente.

---

spazio riservato alla commissione