

Analisi A

| | | |
|--|--|-------------------|
| Appello del giorno 18/09/06 | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (M/F) |
|--|--|-------------------|

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Per $x \in \mathbb{R}$ si ponga $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (x \arctan(n^2 x))$. Allora f è a continua ma non ovunque differenziabile; b discontinua in 0; c limitata; d differenziabile.
2. Si ponga $A^+ = \mathbb{R} \times (0, +\infty)$, $A^- = \mathbb{R} \times (-\infty, 0)$ e $A^0 = \mathbb{R} \times \{0\}$ e in \mathbb{R}^2 , assumendo i rettangoli come insiemi elementari, si ponga $m(E) = 2 \text{ area}(E \cap (A^+ \cup A^0)) + 3 \text{ area}(E \cap A^-)$ ove E è il generico rettangolo. Siano $B = [0, 1] \times [-1, 3]$ e $f: B \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2$ se $x \in B \cap A^+$, $f(x) = -3$ se $x \in B \cap A^-$, $f(x) = 1$ se $x \in B \cap A^0$. Allora $\int_B f(x) dm$ vale a 5; b 3; c -4; d -6.
3. Siano $\mathbf{r}_\pm \in \mathbb{R}^3$ i versori di $\mathbf{e}_1 \pm \mathbf{e}_3$ e sia $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ differenziabile tale che nel punto $x_0 = (5, 0, 12)$ risulti $\partial f / \partial r_+ = 6$, $\partial f / \partial r_- = 0$, $\partial f / \partial x_2 = 8$. Allora $|\nabla f(x_0)|$ vale a 100; b 169; c 13; d 10.
4. Sia $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ una serie reale e la si denoti con S . Sia poi S' la serie $\sum_{k=0}^{\infty} a_{2k}$. Allora a se S converge allora S' converge; b S converge se e solo se S' converge; c se $a_n \geq 0$ per ogni n e S converge allora S' converge; d se $a_{2k} \geq 0$ per ogni k e S' converge allora S converge.
5. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\sin^3(4/n^5)\} / \{\sinh^5(2/n^3)\}$ vale a 4; b 2; c 1; d 8.
6. Sia $z = (3 - 5i)/(2 + i)$. Allora $3 \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z$ vale a 5; b -2; c 3; d 7.
7. Perché $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ abbia in ogni punto le derivate finite in tutte le direzioni è a necessario che f sia continua; b sufficiente che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; c necessario che f sia differenziabile; d sufficiente che f sia differenziabile.
8. Il limite $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^5 y^3 + 3x^2 y^4) / (x^2 + y^2)^2$ a è $+\infty$; b vale 0; c non esiste; d vale 3.
9. L'integrale $\int_0^1 (4x + 8x^3) \arctan x dx$ vale a $\pi - (2/3)$; b $(3\pi/2) - 1$; c $10/3$; d 5.
10. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n (n!)^3 / (n^3)!$ a oscilla; b diverge; c converge semplicemente; d converge assolutamente.

spazio riservato alla commissione