Analisi Matematica 2

Prova scritta 18/06/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(k)}(0) = 0$ per $0 \le k \le 5$ e $\psi^{(6)}(x) \ge 0$ per ogni x. Allora per ogni x risulta [a] $x^3\psi(x) \ge 0$; [b] $x^3\psi(x) \le 0$; [■] $x^4\psi(x) \ge 0$; [d] $x^4\psi(x) \le 0$.

• **2. Fisici:** Siano $\sigma, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che $\lim_{x\to 0} x^{-\sigma}\big(\ln(1+x) + \ln(1-x) + x^2\big) = \alpha$. Allora (σ, α) vale [a] $(2, 1/2)$; [b] $(2, -1/2)$; [c] $(4, 1/2)$; [■] $(4, -1/2)$.

• **3. Fisici:** Sia $\Gamma = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : |x+y| \le 1,\ |4x+y| \le 1,\ z = 2x - 2y\big\}$. Allora l'area di Γ vale [a] $4/3$; [b] 1; [■] 4; [d] 3.

4. Siano $A = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < 2x^2 + 3y^2 \le 4\big\}$ e $f(x,y) = 5x - 6y$ per $(x,y) \in A$. Allora f [a] ha massimo e non ha minimo; [b] ha minimo e non ha massimo; [c] ha un punto di massimo (x,y) verificante $xy > 0$; [■] ha un punto di massimo (x,y) verificante $xy < 0$.

5. Siano $\Gamma = \big\{(x,y) \in [1,2] \times \mathbb{R} : y = x^5\big\}$ e $f(x,y) = 4x^{-2}y(1+25x^8)^{-1/2}$ per $(x,y) \in \Gamma$. Allora $\int_\Gamma f\,ds$ vale [a] 16; [b] 30; [■] 15; [d] 24.

6. Se $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = \cos 2t$ per ogni t e $u(0) = u'(0) = 0$, allora $u(\pi/4)$ vale [a] $\pi/64$; [b] 0; [c] $\pi/36$; [■] $\pi/16$.

7. Per $r, h > 0$ sia $\Sigma(r,h) = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : |(x,y)| = r,\ y \ge 0,\ 0 \le z \le h\big\}$. Allora la formula $\int_{\Sigma(10,8)} \ln(1 + z' + |(x',y')|)\,dS = \lambda \int_{\Sigma(4,2)} \ln(1 + 8z/2 + |10(x,y)/4|)\,dS$ è corretta se λ vale [a] 25; [b] $10/4$; [c] $4/10$; [■] 10.

8. Sia $w : [0, t^*) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $w'(t) = \exp(-t^4 w(t))$ per $t \in [0, t^*)$ e $w(0) = 0$. Allora w è [a] non globale e limitata; [b] non globale e non limitata; [■] globale e concava; [d] globale e convessa.

9. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 \exp(-x^3y^2)\,dy$ è [■] monotona in $(-2, 2)$; [b] lipschitziana; [c] limitata in $(-\infty, 2)$; [d] limitata.

10. Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora [a] $\cosh f$ è uniformemente continua; [b] f^4 è uniformemente continua; [c] $|f|^{1/4}$ è lipschitziana; [■] $\cos^3 f$ è uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione