

Analisi Matematica 1

Prova scritta 18/06/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} \tanh n^4 \sin^2(3/n)/(e^{4/n^2} - 1)$ vale a $3^2/4^2$; b $3^2/4$; c $3/4^2$; d $3/4$.
2. Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ continua e tale che $\varphi(0) = (2, -5)$. Allora esiste $\delta > 0$ tale che a $2|\varphi_1(x)| \leq 5|\varphi_2(x)|$ se $|x| \leq \delta$ e $x_1 < 1/5$; b $5|\varphi_1(x)| \leq 2|\varphi_2(x)|$ se $0 < |x| < \delta$; c $2|\varphi_1(x)| \leq 5|\varphi_2(x)|$ se $x \neq 0$ e $1/|x| < \delta$; d $\varphi_1(x) \leq 2$ se $0 < |x| < \delta$.
3. Siano $C = [0, 7]^3$ e $f, s_n, \sigma_n : C \rightarrow \mathbb{R}$ funzioni verificanti $s_n \leq f \leq \sigma_n$ per $n = 1, 2, \dots$. Perché f sia integrabile in C è a necessario che s_n e σ_n siano a scala $\forall n$; b sufficiente che $\forall \varepsilon > 0 \exists n$ tale che $\sigma_n - s_n \leq \varepsilon$; c sufficiente che s_n, σ_n siano continue e $\sigma_n - s_n \leq 1/n^5 \forall n$; d sufficiente che $s_n = f - (1/n)$ e $\sigma_n = f + (1/n) \forall n$.
4. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 e biiettiva e sia g l'inversa di f^7 . Allora g è a differenziabile se $f'(x) \geq 4$ per ogni x ; b di classe C^1 se f' non ha zeri; c non differenziabile in 0; d non differenziabile in 4^7 se $f'(4) = 0$.
5. Sia $\alpha > 0$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{4\alpha}/(4 + n^{7\alpha})$ a converge assolutamente se $\alpha > 1/3$; b converge se e solo se $\alpha > 1/7$; c non converge se $\alpha \in (0, 1)$; d converge assolutamente se e solo se $\alpha > 1/7$.
6. Per $\sigma \in (0, +\infty)$ sia $f_\sigma : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione dispari che verifica $f_\sigma(x) = 4x^\sigma \arctan x^{5\sigma}$ per $x > 0$. Allora f_σ è differenziabile a se e solo se $\sigma \geq 1$; b se e solo se $\sigma \geq 1/5$; c se e solo se $\sigma \geq 1/4$; d se $\sigma \geq 1/6$.
7. Sia $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^{4x} (7e^{-7y^2} - 4)^+ dy$. Allora F è a strettamente monotona; b non negativa e limitata; c limitata e monotona; d monotona e non limitata.
8. Per I intervallo limitato superiormente sia $m(I) = \int_{I \cap (0, +\infty)} \ln(1+x) dx + 3\delta(I)$ ove $\delta(I) = 1$ se $0 \in I$ e $\delta(I) = 0$ se $0 \notin I$. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = -4, 1, 0$ rispettivamente per $x < -3, |x| \leq 3, x > 3$. Allora $\int_{\mathbb{R}} f dm$ vale a $3 \ln 3$; b $4 \ln 3$; c $4 \ln 4$; d $3 \ln 4$.
9. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ differenziabile tale che $|\nabla f(0,0)| = 5$, $D_1 f(0,0) < 0$ e $f(4t, 3t) = 4 \forall t \in \mathbb{R}$. Allora $\nabla f(0,0)$ vale a $(-4, 3)$; b $(4, -3)$; c $(-3, 4)$; d $(3, -4)$.
10. L'insieme $\{y \in \mathbb{C} : e^{3y} = -4\}$ è a infinito; b finito; c vuoto; d limitato.

spazio riservato alla commissione