Analisi Matematica 2

Prova scritta 18/06/12	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $\psi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $\psi^{(k)}(0) = 0$ per $0 \le k \le 5$ e $\psi^{(6)}(x) \ge 0$ per ogni x. Allora per ogni x risulta $\boxed{\text{a}}$ $x^3\psi(x) \ge 0$; $\boxed{\text{b}}$ $x^3\psi(x) \le 0$; $\boxed{\text{c}}$ $x^4\psi(x) \ge 0$; $\boxed{\text{d}}$ $x^4\psi(x) \le 0$.

• **2. Fisici:** Siano $\sigma, \alpha \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che $\lim_{x\to0} x^{-\sigma}\big(\ln(1+x) + \ln(1-x) + x^2\big) = \alpha$. Allora (σ, α) vale $\boxed{\text{a}}$ $(2, 1/2)$; $\boxed{\text{b}}$ $(2, -1/2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(4, -1/2)$; $\boxed{\text{d}}$ $(4, 1/2)$.

• **3. Fisici:** Sia $\Gamma = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |x + y| \le 1,\ |4x + y| \le 1,\ z = 2x - 2y\big\}$. Allora l'area di Γ vale $\boxed{\text{a}}$ $4/3$; $\boxed{\text{b}}$ 1; $\boxed{\text{c}}$ 4; $\boxed{\text{d}}$ 3.

4. Siano $A = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < 2x^2 + 3y^2 \le 4\big\}$ e $f(x, y) = 5x - 6y$ per $(x, y) \in A$. Allora f $\boxed{\text{a}}$ ha massimo e non ha minimo; $\boxed{\text{b}}$ ha minimo e non ha massimo; $\boxed{\text{c}}$ ha un punto di massimo (x, y) verificante $xy > 0$; $\boxed{\text{d}}$ ha un punto di massimo (x, y) verificante $xy < 0$.

5. Siano $\Gamma = \big\{(x, y) \in [1, 2] \times \mathbb{R} : y = x^5\big\}$ e $f(x, y) = 4x^{-2}y(1+25x^8)^{-1/2}$ per $(x, y) \in \Gamma$. Allora $\int_\Gamma f\, ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ 16; $\boxed{\text{b}}$ 30; $\boxed{\text{c}}$ 15; $\boxed{\text{d}}$ 24.

6. Se $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u''(t) + 4u(t) = \cos 2t$ per ogni t e $u(0) = u'(0) = 0$, allora $u(\pi/4)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\pi/64$; $\boxed{\text{b}}$ 0; $\boxed{\text{c}}$ $\pi/36$; $\boxed{\text{d}}$ $\pi/16$.

7. Per $r, h > 0$ sia $\Sigma(r, h) = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : |(x, y)| = r,\ y \ge 0,\ 0 \le z \le h\big\}$. Allora la formula $\int_{\Sigma(10,8)} \ln(1+z'+|(x',y')|)\, dS = \lambda \int_{\Sigma(4,2)} \ln(1+8z/2+|10(x,y)/4|)\, dS$ è corretta se λ vale $\boxed{\text{a}}$ 25; $\boxed{\text{b}}$ $10/4$; $\boxed{\text{c}}$ $4/10$; $\boxed{\text{d}}$ 10.

8. Sia $w : [0, t^*) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy $w'(t) = \exp(-t^4 w(t))$ per $t \in [0, t^*)$ e $w(0) = 0$. Allora w è $\boxed{\text{a}}$ non globale e limitata; $\boxed{\text{b}}$ non globale e non limitata; $\boxed{\text{c}}$ globale e concava; $\boxed{\text{d}}$ globale e convessa.

9. La funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 \exp(-x^3y^2)\, dy$ è $\boxed{\text{a}}$ monotona in $(-2, 2)$; $\boxed{\text{b}}$ lipschitziana; $\boxed{\text{c}}$ limitata in $(-\infty, 2)$; $\boxed{\text{d}}$ limitata.

10. Sia $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ lipschitziana. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\cosh f$ è uniformemente continua; $\boxed{\text{b}}$ f^4 è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ $|f|^{1/4}$ è lipschitziana; $\boxed{\text{d}}$ $\cos^3 f$ è uniformemente continua.

---

spazio riservato alla commissione