# Analisi Matematica 1

| Prova scritta<br><br>18/06/12 | Cognome e nome (stampatello chiaro) | C.L. (Mat/Fis) |
|---|---|---|

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

**1.** Il limite $\lim_{n\to\infty} \tanh n^4 \sin^2(3/n)/\big(e^{4/n^2}-1\big)$ vale $\boxed{a}$ $3^2/4^2$ ; $\boxed{b}$ $3^2/4$ ; $\boxed{c}$ $3/4^2$ ; $\boxed{d}$ $3/4$ .

**2.** Sia $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ continua e tale che $\varphi(0) = (2,-5)$ . Allora esiste $\delta > 0$ tale che $\boxed{a}$ $2|\varphi_1(x)| \le 5|\varphi_2(x)|$ se $|x| \le \delta$ e $x_1 < 1/5$ ; $\boxed{b}$ $5|\varphi_1(x)| \le 2|\varphi_2(x)|$ se $0 < |x| < \delta$ ; $\boxed{c}$ $2|\varphi_1(x)| \le 5|\varphi_2(x)|$ se $x \ne 0$ e $1/|x| < \delta$ ; $\boxed{d}$ $\varphi_1(x) \le 2$ se $0 < |x| < \delta$ .

**3.** Siano $C = [0,7]^3$ e $f, s_n, \sigma_n : C \to \mathbb{R}$ funzioni verificanti $s_n \le f \le \sigma_n$ per $n = 1,2,\ldots$. Perché $f$ sia integrabile in $C$ è $\boxed{a}$ necessario che $s_n$ e $\sigma_n$ siano a scala $\forall\, n$ ; $\boxed{b}$ sufficiente che $\forall\, \varepsilon > 0 \ \ \exists\, n$ tale che $\sigma_n - s_n \le \varepsilon$ ; $\boxed{c}$ sufficiente che $s_n, \sigma_n$ siano continue e $\sigma_n - s_n \le 1/n^5 \ \ \forall\, n$ ; $\boxed{d}$ sufficiente che $s_n = f - (1/n)$ e $\sigma_n = f + (1/n)$ $\forall\, n$ .

**4.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe $C^1$ e biiettiva e sia $g$ l'inversa di $f^7$ . Allora $g$ è $\boxed{a}$ differenziabile se $f'(x) \ge 4$ per ogni $x$ ; $\boxed{b}$ di classe $C^1$ se $f'$ non ha zeri; $\boxed{c}$ non differenziabile in $0$ ; $\boxed{d}$ non differenziabile in $4^7$ se $f'(4) = 0$ .

**5.** Sia $\alpha > 0$ . Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{4\alpha}/(4 + n^{7\alpha})$ $\boxed{a}$ converge assolutamente se $\alpha > 1/3$ ; $\boxed{b}$ converge se e solo se $\alpha > 1/7$ ; $\boxed{c}$ non converge se $\alpha \in (0,1)$ ; $\boxed{d}$ converge assolutamente se e solo se $\alpha > 1/7$ .

**6.** Per $\sigma \in (0,+\infty)$ sia $f_\sigma : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione dispari che verifica $f_\sigma(x) = 4x^\sigma \arctan x^{5\sigma}$ per $x > 0$ . Allora $f_\sigma$ è differenziabile $\boxed{a}$ se e solo se $\sigma \ge 1$ ; $\boxed{b}$ se e solo se $\sigma \ge 1/5$ ; $\boxed{c}$ se e solo se $\sigma \ge 1/4$ ; $\boxed{d}$ se $\sigma \ge 1/6$ .

**7.** Sia $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $F(x) = \int_0^{4x} (7e^{-7y^2} - 4)^+ \, dy$ . Allora $F$ è $\boxed{a}$ strettamente monotona; $\boxed{b}$ non negativa e limitata; $\boxed{c}$ limitata e monotona; $\boxed{d}$ monotona e non limitata.

**8.** Per $I$ intervallo limitato superiormente sia $m(I) = \int_{I\cap(0,+\infty)} \ln(1+x)\,dx + 3\delta(I)$ ove $\delta(I) = 1$ se $0 \in I$ e $\delta(I) = 0$ se $0 \notin I$ . Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = -4,\ 1,\ 0$ rispettivamente per $x < -3$ , $|x| \le 3$ , $x > 3$ . Allora $\int_{\mathbb{R}} f\,dm$ vale $\boxed{a}$ $3\ln 3$ ; $\boxed{b}$ $4\ln 3$ ; $\boxed{c}$ $4\ln 4$ ; $\boxed{d}$ $3\ln 4$ .

**9.** Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $|\nabla f(0,0)| = 5$ , $D_1 f(0,0) < 0$ e $f(4t,3t) = 4$ $\forall\, t \in \mathbb{R}$ . Allora $\nabla f(0,0)$ vale $\boxed{a}$ $(-4,3)$ ; $\boxed{b}$ $(4,-3)$ ; $\boxed{c}$ $(-3,4)$ ; $\boxed{d}$ $(3,-4)$ .

**10.** L'insieme $\big\{y \in \mathbb{C} : e^{3y} = -4\big\}$ è $\boxed{a}$ infinito; $\boxed{b}$ finito; $\boxed{c}$ vuoto; $\boxed{d}$ limitato.

---

**spazio riservato alla commissione**