Analisi B

Appello del giorno 17/09/07	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Nell'esercizio • i matematici/fisici ignorino la parte **SoloF** [. . .] /**SoloM** [. . .] del testo.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

• **1.** Posto **SoloM** [$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^{2n+4}/(n+1)!$] **SoloF** [$f(x) = x^3 \sinh(|x|^{1/2})$] per $x \in \mathbb{R}$, si ha che f $\boxed{a}$ è convessa; $\boxed{b}$ non è di classe C^1; $\boxed{c}$ è limitata; $\boxed{d}$ è monotona.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data da $f(x,y) = (1+y^2)(1+x^2)^{-1}(1+y^4)^{-1}$. Allora f $\boxed{a}$ ha un punto di minimo assoluto; $\boxed{b}$ ha 3 punti stazionari non di estremo locale; $\boxed{c}$ ha esattamente un punto di massimo assoluto; $\boxed{d}$ ha due punti di massimo assoluto.

3. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ di classe C^2. Allora $\boxed{a}$ f è convessa se $\det Hf \geq 0$ in $\mathbb{R}^2$; $\boxed{b}$ f è convessa se $D_i^2 f \geq 0$ in $\mathbb{R}^2$ per $i = 1,2$; $\boxed{c}$ se f è convessa, allora $D_i^2 f \geq 0$ in $\mathbb{R}^2$ per $i = 1,2$; $\boxed{d}$ se f è convessa, allora $D_i D_j f \geq 0$ in $\mathbb{R}^2$ per $i,j = 1,2$.

4. Posto $\Gamma = \{e^{-\vartheta}(\cos\vartheta, \sin\vartheta) : \vartheta \in \mathbb{R}\}$, sia $f : \Gamma \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = |x|^2 + |x|^{-2}$. Allora f $\boxed{a}$ non ha minimo assoluto; $\boxed{b}$ ha minimo assoluto e $\min f = 1$; $\boxed{c}$ è limitata; $\boxed{d}$ ha uno e un solo punto di minimo assoluto.

5. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua. Perché il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = f(u(t))$ e $u(0) = 1$ non ammetta *alcuna* soluzione globale è $\boxed{a}$ sufficiente che $f(y) \geq y^2 \ \forall y \in \mathbb{R}$; $\boxed{b}$ necessario che esistano $\alpha, c > 0$ tali che $f(y) \geq \alpha y^2 - c \ \forall y \in \mathbb{R}$; $\boxed{c}$ sufficiente che f *non sia* lipschitziana; $\boxed{d}$ necessario che f *non sia* di classe C^1.

6. Dato il problema di Cauchy $u''(t) + 2u'(t) + u(t) = e^{3t}$, $u(0) = 17/16$, $u'(0) = 3/16$, sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la sua soluzione globale. Allora $u(1) - 2^{-4}e^3$ vale $\boxed{a}$ $1/e$; $\boxed{b}$ $-1/e$; $\boxed{c}$ $2/e$; $\boxed{d}$ 0.

7. Sia Γ il grafico di $x \mapsto e^x$, $x \in [-1,1]$. Allora l'integrale $\int_\Gamma e^x(1+y^2)^{-1/2}\, ds(x,y)$ vale $\boxed{a}$ $\sinh 1$; $\boxed{b}$ $\cosh 1$; $\boxed{c}$ $2\sinh 1$; $\boxed{d}$ $2\cosh 1$.

8. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uniformemente continua. Allora $\boxed{a}$ f è lipschitziana; $\boxed{b}$ $x \mapsto x^{-1/2} f(x)$ è limitata in $[1, +\infty)$; $\boxed{c}$ $|f|^{1/2}$ è uniformemente continua; $\boxed{d}$ f^2 è uniformemente continua.

9. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2/2$ se $x \leq 0$ e $f(x) = 1 - \cos x$ se $x > 0$. Allora f è $\boxed{a}$ di classe C^4 ma non C^5; $\boxed{b}$ di classe C^3 ma non C^4; $\boxed{c}$ di classe C^2 ma non C^3; $\boxed{d}$ di classe C^1 ma non C^2.

10. L'area dell'insieme $B = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + |y|^{(1/2)(3+\operatorname{sign} x \operatorname{sign} y)} \leq 1\}$, con la convenzione $\operatorname{sign} 0 = 0$, vale $\boxed{a}$ $\pi/2 + 2/3$; $\boxed{b}$ $\pi/4 + 4/3$; $\boxed{c}$ $\pi + 2/3$; $\boxed{d}$ $\pi/2 + 4/3$.

---

spazio riservato alla commissione