Analisi A

Appello del giorno 17/09/07	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $\{a_n\}$ una successione reale positiva infinitesima e $\lambda > 0$. Allora la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^{-\lambda}$ $\boxed{\text{a}}$ converge se $\lambda > 1$; $\boxed{\text{b}}$ converge se $\lambda = 1$ e $a_n = o(1/n)$ per $n \to \infty$; $\boxed{\text{c}}$ diverge se $\lambda < 1$; $\boxed{\text{d}}$ converge se $n^{1+2\lambda} = O(1/a_n)$ per $n \to \infty$.

2. Detto $\mathcal{E}$ il semianello dei rettangoli di $\mathbb{R}^2$ e rappresentato il generico $E \in \mathcal{E}$ come $E = E_1 \times E_2$, si ponga $m(E) = \text{area}(E \cap (0,+\infty)^2) + \alpha\,\text{lungh}(E_1 \cap (-\infty,0))$ ove $\alpha = 1$ se $0 \in E_2$ e $\alpha = 0$ altrimenti. Sia poi $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = 4$ se $x \in (-2,0] \times (-3,0)$, $f(x) = 5$ se $x \in (-2,0] \times [0,3]$, $f(x) = 6$ se $x \in (0,2) \times [0,3]$ e $f(x) = 0$ altrimenti. Allora, nell'ambito dello spazio elementare di misura $(\mathbb{R}^2, \mathcal{E}, m)$, l'integrale $\int_{\mathbb{R}} f(x)\,dm$ vale $\boxed{\text{a}}$ 44 ; $\boxed{\text{b}}$ 54 ; $\boxed{\text{c}}$ 66 ; $\boxed{\text{d}}$ 46 .

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x}$ se $x > 0$ e $f(x) = 1$ se $x \le 0$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ continua ma non di classe C^1 ; $\boxed{\text{b}}$ monotona ma non strettamente; $\boxed{\text{c}}$ integrabile in $[-2,2]$; $\boxed{\text{d}}$ differenziabile in $(-\infty,0]$.

4. Per $\alpha \in [0,+\infty)$ sia $f_\alpha : (0,1) \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^2/(1+x^\alpha)$. Allora f_α $\boxed{\text{a}}$ ha massimo per ogni α ; $\boxed{\text{b}}$ è monotona per ogni α ; $\boxed{\text{c}}$ è discontinua per almeno un α ; $\boxed{\text{d}}$ ha massimo se e solo $\alpha > 4$.

5. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \sin\ln\big(1 + (1/n)\big)$ $\boxed{\text{a}}$ converge assolutamente; $\boxed{\text{b}}$ converge semplicemente; $\boxed{\text{c}}$ diverge a $+\infty$; $\boxed{\text{d}}$ converge a una somma $S > 1$.

6. Siano $a, b \in \mathbb{R}$ e $\alpha \in (0,+\infty)$ tali che $\exp\big(\sin(1/n^2)\big) = a + bn^{-\alpha} + o(n^{-\alpha})$ per $n \to \infty$. Allora $a + b + \alpha$ vale $\boxed{\text{a}}$ 3 ; $\boxed{\text{b}}$ 2 ; $\boxed{\text{c}}$ 5 ; $\boxed{\text{d}}$ 4 .

7. Il limite $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n^2}$ vale $\boxed{\text{a}}$ 2 ; $\boxed{\text{b}}$ 0 ; $\boxed{\text{c}}$ 1 ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

8. La somma delle radici complesse dell'equazione $z^4 - 2z^3 + 6z^2 - 8z + 8 = 0$ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ -2 ; $\boxed{\text{c}}$ 2 ; $\boxed{\text{d}}$ $2i$.

9. L'integrale $\int_0^\pi x^2 \cos x\,dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ π ; $\boxed{\text{b}}$ -2π ; $\boxed{\text{c}}$ $-\pi$; $\boxed{\text{d}}$ 0 .

10. Sia $\mathbf{f} : (0,+\infty) \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$ data da $f_1(x,y) = (1+e^2)\ln(1+|xy|)$ e $f_2(x,y) = x^y$. Allora $\operatorname{div}\mathbf{f}(e^2,1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1+e^2$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,e^2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,2e^2)$; $\boxed{\text{d}}$ $1+2e^2$.

---

spazio riservato alla commissione