

Analisi A

Appello del giorno 17/07/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)
--	--	-------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Siano s e p la somma e il prodotto delle radici complesse dell'equazione $z^4 + z^2 + 1 = 0$. Allora $3s + p^2$ vale 1; i ; $-i$; -1 .
2. Siano $S = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 \geq 0\}$ e $R = \{x \in \mathbb{R}^2 : x_2 = 0\}$ e si consideri lo spazio elementare di misura $(\mathbb{R}^2, \mathcal{E}, m)$ ove \mathcal{E} è la famiglia dei rettangoli e $m(E) = \text{area}(E \cap S) + \text{lung}(E \cap R)$ per $E \in \mathcal{E}$. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = 2$ se $x \in (0, 1) \times [-1, 1]$, $f(x) = 5$ se $x \in [1, 2] \times (0, 1)$, $f(x) = 0$ altrimenti. Allora $\int_{\mathbb{R}^2} f(x) dm$ vale 7; 12; 14; 9.
3. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \sin x$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$. Allora f è limitata inferiormente; continua ma non ovunque differenziabile; differenziabile; discontinua in 0.
4. Sia $\{a_n\}$ una successione reale non negativa e si supponga che la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n a_n$ converga. Allora $\{a_n\}$ è non crescente; $\{a_n\}$ è monotona e infinitesima; $\{a_n\}$ ha limite, finito o meno; la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.
5. Il limite $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 - \exp(-2/n))^3 / \sin(1/n^3)$ vale 8; 4; 0; $+\infty$.
6. Siano $f(x, y, z) = xz \cosh y + z \cosh y + \ln(e + \sin x^2)$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $P = (0, 1, 1)$ e \mathbf{r} il versore del vettore $(1, 1, 0)$. Allora $\partial f(P) / \partial \mathbf{r}$ vale $\cosh 1 + \sinh 1$; $\cosh 1 - \sinh 1$; $1/(e\sqrt{2})$; $e/\sqrt{2}$.
7. Perché $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sia differenziabile è necessario che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; sufficiente che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; necessario che le derivate parziali siano continue; sufficiente che $0 \leq f(x) \leq |x|^2$ per ogni x .
8. Sia $f(x) = (x_1 - x_2)^2$ per $x \in \mathbb{R}^2$. Allora il limite $\lim_{|x| \rightarrow +\infty} f(x)$ è $+\infty$; vale 0; non esiste; esiste e appartiene a $(0, +\infty)$.
9. L'integrale $\int_1^2 x^2 \ln x dx$ vale $4 \ln 2 - (15/16)$; $(8/3) \ln 2 - (7/9)$; $(8/3) \ln 2 - 1$; $4 \ln 2 - (7/4)$.
10. Sia λ un parametro reale. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\lambda} \lambda^n$ converge se e solo se $0 < \lambda < 1$; se $|\lambda| \leq 1$; $\forall \lambda \in (0, 1]$; $\forall \lambda \in [0, 1)$.

spazio riservato alla commissione