Analisi B

Appello del giorno 17/07/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Nell'esercizio • i matematici/fisici ignorino la parte **SoloF** [. . .] /**SoloM** [. . .] del testo.
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano $C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ y^2 + z^2 \le 16\}$ e B la palla di $\mathbb{R}^3$ di centro 0 e raggio 5. Allora il volume di $B \setminus C$ vale $\boxed{a}$ 36π; $\boxed{b}$ $392\pi/3$; $\boxed{c}$ $500\pi/3$; $\boxed{d}$ 160π.

2. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ continua. Allora si ha $\int_0^1 \left(\int_0^{\sqrt{y}} f(x, y)\, dx\right) dy = \int_0^1 \left(\int_{\alpha(x)}^{\beta(x)} f(x, y)\, dy\right) dx$ se, per ogni $x \in [0, 1]$, $(\alpha(x), \beta(x))$ vale $\boxed{a}$ $(0, x^2)$; $\boxed{b}$ $(\sqrt{x}, 1)$; $\boxed{c}$ $(0, \sqrt{x})$; $\boxed{d}$ $(x^2, 1)$.

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ e si ponga $a_n = f^{(n)}(0)/n!$ per $n \in \mathbb{N}$. Perché $\forall x$ valga la formula $f(x) = \sum_{n=0}^\infty a_n x^n$ è sufficiente che $\boxed{a}$ per ogni x la serie $\sum_{n=0}^\infty a_n x^n$ converga; $\boxed{b}$ per ogni x la serie $\sum_{n=0}^\infty a_n x^n$ converga assolutamente; $\boxed{c}$ $|f^{(n)}(x)| \le 1 + x^6 \ \ \forall x \ \ \forall n$; $\boxed{d}$ $a_n = 0 \ \ \forall n$.

4. Il problema di Cauchy in avanti $u'(t) = \exp(-u^2(t)) \tanh(|u(t)|^{1/3}) + t/(1 + t^2)$ $(t \ge 0)$ e $u(0) = 1$ ha $\boxed{a}$ una soluzione globale limitata; $\boxed{b}$ un'unica soluzione massimale ma non globale; $\boxed{c}$ più di una soluzione definita in $[0, 1)$; $\boxed{d}$ una soluzione globale non limitata.

5. Sia $f(x) = \int_0^1 \cos^7(xy)\, dy$, $x \in \mathbb{R}$. Allora esiste un intorno di $x = 0$ in cui f è $\boxed{a}$ concava; $\boxed{b}$ crescente; $\boxed{c}$ decrescente; $\boxed{d}$ convessa.

6. Sia $f(x) = \max\{e^x, 1/2^x\}$, $x \in \mathbb{R}$. Allora f è $\boxed{a}$ lipschitziana; $\boxed{b}$ di classe C^1 ma non C^2; $\boxed{c}$ limitata; $\boxed{d}$ convessa.

• **7.** Sia **SoloM** $[\, u(t) = \sum_{n=1}^\infty n t^n$ per $|t| < 1 \,]$ **SoloF** $[\, u : [0, 1) \to \mathbb{R}$ la soluzione del problema di Cauchy $u'(t) = (1 - t)^{-3} + u(t)/(1 - t)$, $u(0) = 0 \,]$. Allora $u(1/3)$ vale $\boxed{a}$ $4/9$; $\boxed{b}$ $3/4$; $\boxed{c}$ $9/4$; $\boxed{d}$ $4/3$.

8. Posto $C = \{(t^2, t^3) : \ t \in [1, 2]\}$, siano $f(x, y) = \{(x + y)\sqrt{4 + 9x}\}^{-1}$ per $(x, y) \in C$ e $I = \int_C f(x, y)\, ds$. Allora e^I vale $\boxed{a}$ $3/4$; $\boxed{b}$ 12; $\boxed{c}$ $4/3$; $\boxed{d}$ 3.

9. Sia $f : (0, 1) \to \mathbb{R} \setminus \{0\}$ di classe C^∞. Perché f^2 sia convessa è $\boxed{a}$ necessario che f sia convessa; $\boxed{b}$ sufficiente che f sia convessa e positiva; $\boxed{c}$ sufficiente che f sia convessa; $\boxed{d}$ necessario che f sia positiva.

10. Sia $f(x, y, z) = y \sinh x + \cos z$ per $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$. Allora l'origine è per f un punto $\boxed{a}$ di massimo locale; $\boxed{b}$ di minimo locale; $\boxed{c}$ non stazionario; $\boxed{d}$ stazionario ma non di estremo locale.

---

spazio riservato alla commissione