Analisi A

Appello del giorno 17/07/06	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Siano s e p la somma e il prodotto delle radici complesse dell'equazione $z^4+z^2+1=0$. Allora $3s+p^2$ vale $\boxed{\text{a}}$ 1; $\boxed{\text{b}}$ i; $\boxed{\text{c}}$ $-i$; $\boxed{\text{d}}$ -1.

2. Siano $S=\{x\in\mathbb{R}^2 : x_2\geq 0\}$ e $R=\{x\in\mathbb{R}^2 : x_2=0\}$ e si consideri lo spazio elementare di misura $(\mathbb{R}^2,\mathcal{E},m)$ ove $\mathcal{E}$ è la famiglia dei rettangoli e $m(E)=\text{area}(E\cap S)+\text{lungh}(E\cap R)$ per $E\in\mathcal{E}$. Sia $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ data da $f(x)=2$ se $x\in(0,1)\times[-1,1]$, $f(x)=5$ se $x\in[1,2]\times(0,1)$, $f(x)=0$ altrimenti. Allora $\int_{\mathbb{R}^2} f(x)\,dm$ vale $\boxed{\text{a}}$ 7; $\boxed{\text{b}}$ 12; $\boxed{\text{c}}$ 14; $\boxed{\text{d}}$ 9.

3. Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=x\sin x$ se $x>0$ e $f(x)=0$ se $x\leq 0$. Allora f è $\boxed{\text{a}}$ limitata inferiormente; $\boxed{\text{b}}$ continua ma non ovunque differenziabile; $\boxed{\text{c}}$ differenziabile; $\boxed{\text{d}}$ discontinua in 0.

4. Sia $\{a_n\}$ una successione reale non negativa e si supponga che la serie $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$ converga. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\{a_n\}$ è non crescente; $\boxed{\text{b}}$ $\{a_n\}$ è monotona e infinitesima; $\boxed{\text{c}}$ $\{a_n\}$ ha limite, finito o meno; $\boxed{\text{d}}$ la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ diverge.

5. Il limite $\lim_{n\to\infty}(1-\exp(-2/n))^3/\sin(1/n^3)$ vale $\boxed{\text{a}}$ 8; $\boxed{\text{b}}$ 4; $\boxed{\text{c}}$ 0; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

6. Siano $f(x,y,z)=xz\cosh y+z\cosh y+\ln(e+\sin x^2)$ per $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $P=(0,1,1)$ e $\mathbf{r}$ il versore del vettore $(1,1,0)$. Allora $\partial f(P)/\partial r$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\cosh 1+\sinh 1$; $\boxed{\text{b}}$ $\cosh 1-\sinh 1$; $\boxed{\text{c}}$ $1/(e\sqrt{2})$; $\boxed{\text{d}}$ $e/\sqrt{2}$.

7. Perché $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ sia differenziabile è $\boxed{\text{a}}$ necessario che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; $\boxed{\text{b}}$ sufficiente che in ogni punto esistano finite le derivate parziali; $\boxed{\text{c}}$ necessario che le derivate parziali siano continue; $\boxed{\text{d}}$ sufficiente che $0\leq f(x)\leq |x|^2$ per ogni x.

8. Sia $f(x)=(x_1-x_2)^2$ per $x\in\mathbb{R}^2$. Allora il limite $\lim_{|x|\to+\infty} f(x)$ $\boxed{\text{a}}$ è $+\infty$; $\boxed{\text{b}}$ vale 0; $\boxed{\text{c}}$ non esiste; $\boxed{\text{d}}$ esiste e appartiene a $(0,+\infty)$.

9. L'integrale $\int_1^2 x^2\ln x\,dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $4\ln 2-(15/16)$; $\boxed{\text{b}}$ $(8/3)\ln 2-(7/9)$; $\boxed{\text{c}}$ $(8/3)\ln 2-1$; $\boxed{\text{d}}$ $4\ln 2-(7/4)$.

10. Sia λ un parametro reale. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} n^{-\lambda}\lambda^n$ converge $\boxed{\text{a}}$ se e solo se $0<\lambda<1$; $\boxed{\text{b}}$ se $|\lambda|\leq 1$; $\boxed{\text{c}}$ $\forall\,\lambda\in(0,1]$; $\boxed{\text{d}}$ $\forall\,\lambda\in[0,1)$.

---

spazio riservato alla commissione