Concetti di Analisi Matematica di Base — 17/06/02

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale tale che $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 5$. Allora
♢ $\lim_{n\to\infty} |a_n| = 0$

♠ Sia $\delta > 0$ e, posto $I = (-\delta, \delta)$, sia $u : I \to \mathbb{R}$ differenziabile tale che $u(0) = 0$ e $u^2(x) + \sin u(x) = e^{2x} \quad \forall\, x \in I$. Allora $u'(0)$ vale
♢ 2

♠ Sia $\{a_n\}$ una successione reale strettamente positiva tale che $a_{n+1} = a_n/(n+3)$ $\forall\, n \geq 0$. Allora
♢ la serie $\sum_{n=0}^{\infty} n^3 a_n$ converge

♠ Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ definita dalle formule $\mathbf{f}(x) = (e^x, \cos x + \sin x, 1/x)$ se $x \neq 0$ e $f(0) = (1, 1, 0)$. Allora
♢ $\mathbf{f}$ non è limitata in alcun intorno di 0

♠ L'integrale $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \, dx$ vale
♢ 1

♠ Si supponga $f(x) = o(x)$ per $x \to 0$. Allora il limite $\lim_{x\to 0}\big(\sin x + f(x)\big)/(x + x^3)$
♢ vale 1

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[0, 1]$ è sufficiente che
♢ esista $\varepsilon > 0$ tale che f sia continua nell'intervallo $[0, 1 + \varepsilon]$

♠ Sia C la circonferenza del piano xy di centro $(0, 0)$ e raggio 1 e sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = 2$ se x e y sono entrambi positivi e $f(x, y) = 0$ altrimenti. Allora l'integrale $\int_C (y + f(x, y)) \, ds$ vale
♢ π

♠ Sia $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ data dalla formula $\mathbf{f}(x, y) = e^x (x, y)$ e sia L il suo differenziale in $(0, 1)$. Allora, per ogni $\mathbf{h} = (h_1, h_2) \in \mathbb{R}$, $L\mathbf{h}$ vale
♢ $(h_1, h_1 + h_2)$

♠ Sia $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x) = x^{-1} \sin \pi x$. Allora $f'(1)$ vale
♢ $-\pi$