Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 17/06/02	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia A l'insieme dei valori $\alpha \in \mathbb{R}$ tali che $\lim_{x\to 0^+} x^{-1}(\sin x)^{2-\alpha^2} = 0$. Allora $\sup A$ vale $\boxed{\text{a}}$ $\sqrt{2}$; $\boxed{\text{b}}$ $+\infty$; $\boxed{\text{c}}$ 0 ; $\boxed{\text{d}}$ 1 .

2. Posto $E = (0,1) \times (0,1)$, sia $f : E \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y) = xy$. Allora $\boxed{\text{a}}$ f è concava; $\boxed{\text{b}}$ f è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ f non è inferiormente limitata; $\boxed{\text{d}}$ f ha minimo.

3. Sia $u : (-1,1) \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u(x) + \sin u(x) = 2x$ per ogni $x \in (-1,1)$ e $u(0) = 0$ e sia P il suo polinomio di Taylor di centro 0 e ordine 2 . Allora $P(1)$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/4$; $\boxed{\text{b}}$ 1 ; $\boxed{\text{c}}$ $1/2$; $\boxed{\text{d}}$ 2 .

4. Sia K l'insieme dei valori $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ tali che esista $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ verificante $u''(t) = 4k^2 u(t) \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$, $u(0) = 0$, $u'(0) = 2$ e $u(1/2) = 1$. Allora: $\boxed{\text{a}}$ $K = \emptyset$; $\boxed{\text{b}}$ $K = \mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ $K = (0, +\infty)$; $\boxed{\text{d}}$ K ha 2 elementi.

5. Sia K l'insieme dei valori $k \in \mathbb{R}$ tali che la soluzione globale u del problema di Cauchy in avanti $u'(t) - u(t) = e^{-3t}$, $u(0) = k$ sia limitata in $[0, +\infty)$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $K = \emptyset$; $\boxed{\text{b}}$ $K = \mathbb{R}$; $\boxed{\text{c}}$ $K = (0, +\infty)$; $\boxed{\text{d}}$ K ha 1 elemento.

6. Il limite $\lim_{x\to 0} x^{-2} \int_0^x \sin s \, ds$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1/2$; $\boxed{\text{b}}$ 1 ; $\boxed{\text{c}}$ 0 ; $\boxed{\text{d}}$ $+\infty$.

7. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u''(t) + t^2 u'(t) + t u(t) = 0 \quad \forall\, x \in \mathbb{R}$, $u(0) = 0$ e $u'(0) = 1$. Allora esiste un intorno dell'origine in cui u è $\boxed{\text{a}}$ crescente e concava; $\boxed{\text{b}}$ decrescente e convessa; $\boxed{\text{c}}$ decrescente e concava; $\boxed{\text{d}}$ crescente e convessa.

8. Siano $E = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0,\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\right\}$, $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita dalla formula $f(x,y) = x^2 + y^2$ e $I = \int_E f(x,y)\, dx\, dy$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $I = 15\pi/4$; $\boxed{\text{b}}$ $I = 7\pi/3$; $\boxed{\text{c}}$ f non ha minimo in E ; $\boxed{\text{d}}$ per ogni $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ lipschitziana, è lipschitziana in $\mathbb{R}$ la funzione $h(t) = f(t, g(t))$.

9. L'integrale $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $2 - e$; $\boxed{\text{b}}$ $e - 2$; $\boxed{\text{c}}$ $2e - 2$; $\boxed{\text{d}}$ $3e - 2$.

10. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x,y) = 2x^2 + 5y^2 + 2xy + 57$. Allora, per la funzione f , l'origine è $\boxed{\text{a}}$ un punto di minimo assoluto; $\boxed{\text{b}}$ un punto di minimo relativo ma non assoluto; $\boxed{\text{c}}$ un punto di massimo relativo; $\boxed{\text{d}}$ un punto stazionario ma non di estremo relativo.

---

spazio riservato alla commissione