Appello del 16/07/01 – Modulo 2

♠ Siano $u, v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificanti $u'' - 3u' + 2u = 0$, $v'' - 3v' + 2v = 0$, $u(0) = 1$, $u'(0) = 1$, $v(0) = -1$ e $v'(0) = -1$. Allora

♢ $(u + v)(7) = 0$

♠ Sia $u : [0, t^*) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u' = u(1 - u)$, $u(0) = \ln 2$. Allora

♢ u è strettamente crescente

♠ Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione lipschitziana e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora

♢ $\cos(f + g)$ è uniformemente continua in $[0, \pi]$

♠ Sia $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uniformemente continua. Allora

♢ w è integrabile in $[-1, 1]$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = 2tu(t)$ $\forall\, t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 1$. Allora

♢ $\ln(u(\sqrt{2})) = 2$

♠ Si ponga $D = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq 0,\ y \geq 0\big\}$ e $h(x, y) = y(1 - y)\exp(-x^2)$ per $(x, y) \in D$. Allora

♢ $\sup h = 1/4$

♠ L'integrale $\int_0^1 x \cosh x \, dx$ vale

♢ $1 - e^{-1}$

♠ Siano $C = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\big\}$ e $\lambda = \displaystyle\int_C \frac{xy}{x^2 + y^2}\, dx\, dy$. Allora

♢ $\exp \lambda = 1$

♠ Sia $\lambda = \int_R (x^2 + y^3)\, dx\, dy$ ove R è il rombo di vertici $(-1, 0)$, $(0, -2)$, $(1, 0)$ e $(0, 2)$. Allora

♢ 3λ è un intero pari

♠ Si consideri la funzione $j(x, y) = |\arctan(xy)|$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora

♢ j ammette minimo assoluto