Analisi Matematica I – Esame sul secondo modulo

Appello del giorno 16/07/01	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uniformemente continua. Allora $\boxed{\text{a}}$ w è limitata; $\boxed{\text{b}}$ w^2 è uniformemente continua; $\boxed{\text{c}}$ w è integrabile in $[-1, 1]$; $\boxed{\text{d}}$ w è lipschitziana.

2. Sia $\lambda = \int_R (x^2 + y^3)\, dx\, dy$ ove R è il rombo di vertici $(-1, 0)$, $(0, -2)$, $(1, 0)$ e $(0, 2)$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\arctan \lambda < 0$; $\boxed{\text{b}}$ 3λ è un intero pari; $\boxed{\text{c}}$ $\cos(\pi\lambda) = 0$; $\boxed{\text{d}}$ 3λ è un intero dispari.

3. Si consideri la funzione $j(x, y) = |\arctan(xy)|$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ j ammette massimo assoluto; $\boxed{\text{b}}$ j non è limitata; $\boxed{\text{c}}$ j ammette minimo assoluto; $\boxed{\text{d}}$ j è di classe C^1 .

4. Sia $u : [0, t^*) \to \mathbb{R}$ la soluzione massimale del problema di Cauchy in avanti $u' = u(1-u)$, $u(0) = \ln 2$. Allora $\boxed{\text{a}}$ u è strettamente crescente; $\boxed{\text{b}}$ u non è monotona; $\boxed{\text{c}}$ $t^* \leq 10^6$; $\boxed{\text{d}}$ u è convessa.

5. Siano $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione lipschitziana e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora $\boxed{\text{a}}$ fg è lipschitziana; $\boxed{\text{b}}$ $\cos(f+g)$ è uniformemente continua in $[0, \pi]$; $\boxed{\text{c}}$ $f-g$ è limitata; $\boxed{\text{d}}$ $f/(1+g^2)$ è limitata.

6. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^1 tale che $u'(t) = 2tu(t)$ $\forall\, t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $u(\sqrt{2}) = \ln 2$; $\boxed{\text{b}}$ $\ln(u(\sqrt{2})) = 2$; $\boxed{\text{c}}$ $\ln(u(2)) = \sqrt{2}$; $\boxed{\text{d}}$ $u(2) = \ln\sqrt{2}$.

7. Siano $u, v : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 verificanti $u'' - 3u' + 2u = 0$, $v'' - 3v' + 2v = 0$, $u(0) = 1$, $u'(0) = 1$, $v(0) = -1$ e $v'(0) = -1$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $(u+v)(7) = 1$; $\boxed{\text{b}}$ u è limitata; $\boxed{\text{c}}$ $(u+v)(7) = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $u - v$ è limitata.

8. L'integrale $\int_0^1 x \cosh x\, dx$ vale $\boxed{\text{a}}$ $1 - e^{-1}$; $\boxed{\text{b}}$ $e^{-1} - 1$; $\boxed{\text{c}}$ $1 - e$; $\boxed{\text{d}}$ $e - 1$.

9. Siano $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \leq x^2 + y^2 \leq 2\}$ e $\lambda = \displaystyle\int_C \frac{xy}{x^2 + y^2}\, dx\, dy$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $\lambda < 0$; $\boxed{\text{b}}$ $\cos\lambda = 0$; $\boxed{\text{c}}$ $\exp\lambda = 0$; $\boxed{\text{d}}$ $\exp\lambda = 1$.

10. Si ponga $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$ e $h(x, y) = y(1-y)\exp(-x^2)$ per $(x, y) \in D$. Allora $\boxed{\text{a}}$ h ammette minimo; $\boxed{\text{b}}$ h è convessa; $\boxed{\text{c}}$ h è limitata; $\boxed{\text{d}}$ $\sup h = 1/4$.

---

spazio riservato alla commissione