Strumenti di Analisi Matematica di Base — 16/06/03

♠ Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \ln \dfrac{1+x}{2}$ e siano $m = \inf f$ e $M = \sup f$. Allora

♢ $\exists\, x_0 \in (0,1) : \ f(x_0) = m$

♠ Siano $f(x) = x^3 \exp(-3x^2/2)$, $x \in \mathbb{R}$, e $\lambda = e^{3/2}\big(\sup f - \inf f\big)$. Allora λ vale

♢ 2

♠ La funzione $x \mapsto \int_0^x \exp(-y^3)\, dy$, $x \in \mathbb{R}$, è

♢ crescente e concava

♠ Sia D l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con la corona circolare di centro $(0,0)$ e raggi 1 e 2 e sia $I = \int_D x^2\, dx\, dy$. Allora

♢ $I > 2$

♠ Sia $f(x,y) = \exp(x^2 - y^2)$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Allora $(0,0)$ è per f un punto

♢ stazionario ma non di estremo relativo

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 \exp(-6xy^2)\, dy$ e sia $f(x) = a + bx + o(x)$ il suo sviluppo del primo ordine per $x \to 0$. Allora (a,b) vale

♢ $(1,-2)$

♠ L'uguaglianza $\int_1^3 9x^2 \ln x\, dx = a \ln 3 - b$ è vera se (a,b) vale

♢ $(81,26)$

♠ Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u'(t) = t \arctan u(t)$ $\forall\, t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 1$. Allora il punto $t = 0$ è per u un punto

♢ di minimo relativo

♠ La funzione $x \mapsto \exp(-x^2) \sin \exp(x^3)$, $x \in \mathbb{R}$, è

♢ limitata

♠ Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[0,1]$ è sufficiente che f sia

♢ uniformemente continua in $(0,1)$