Strumenti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno 16/06/03	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■
Punti per ogni risposta: **Esatta = 3 , Bianca = 0 , Errata = −1 .**
Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

---

1. Sia D l'intersezione del primo quadrante di $\mathbb{R}^2$ con la corona circolare di centro $(0,0)$ e raggi 1 e 2 e sia $I = \int_D x^2\,dx\,dy$. Allora $\boxed{\text{a}}$ $I > 2$; $\boxed{\text{b}}$ $I < 0$; $\boxed{\text{c}}$ $1 < I < 2$; $\boxed{\text{d}}$ $0 < I < 1$.

2. La funzione $x \mapsto \exp(-x^2)\sin\exp(x^3)$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ monotona; $\boxed{\text{b}}$ dispari; $\boxed{\text{c}}$ limitata; $\boxed{\text{d}}$ lipschitziana.

3. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Perché f sia integrabile in $[0,1]$ è sufficiente che f sia $\boxed{\text{a}}$ limitata in $\mathbb{R}$; $\boxed{\text{b}}$ uniformemente continua in $(0,1)$; $\boxed{\text{c}}$ di classe C^∞ in $(0,1)$; $\boxed{\text{d}}$ monotona in $(0,1)$.

4. Siano $f(x) = x^3\exp(-3x^2/2)$, $x \in \mathbb{R}$, e $\lambda = e^{3/2}\big(\sup f - \inf f\big)$. Allora λ vale $\boxed{\text{a}}$ 0 ; $\boxed{\text{b}}$ 1 ; $\boxed{\text{c}}$ $3/2$; $\boxed{\text{d}}$ 2 .

5. La funzione $x \mapsto \int_0^x \exp(-y^3)\,dy$, $x \in \mathbb{R}$, è $\boxed{\text{a}}$ crescente e concava; $\boxed{\text{b}}$ decrescente e convessa; $\boxed{\text{c}}$ crescente e convessa; $\boxed{\text{d}}$ decrescente e concava.

6. Sia $f(x,y) = \exp(x^2 - y^2)$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$. Allora $(0,0)$ è per f un punto $\boxed{\text{a}}$ di minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ stazionario ma non di estremo relativo; $\boxed{\text{d}}$ non stazionario.

7. Sia $f : [0,1] \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x \ln \dfrac{1+x}{2}$ e siano $m = \inf f$ e $M = \sup f$. Allora $\boxed{\text{a}}$ m e M non sono entrambi finiti; $\boxed{\text{b}}$ $\exists\, x_0 \in (0,1) : f(x_0) = m$; $\boxed{\text{c}}$ $m < f(x) < M \quad \forall\, x \in (0,1)$; $\boxed{\text{d}}$ $\exists\, x_0 \in (0,1) : f(x_0) = M$.

8. L'uguaglianza $\int_1^3 9x^2 \ln x\,dx = a\ln 3 - b$ è vera se (a,b) vale $\boxed{\text{a}}$ $(81, 27)$; $\boxed{\text{b}}$ $(81, 26)$; $\boxed{\text{c}}$ $(27, 26)$; $\boxed{\text{d}}$ $(27, 78)$.

9. Sia $u : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ di classe C^2 tale che $u'(t) = t\arctan u(t) \quad \forall\, t \in \mathbb{R}$ e $u(0) = 1$. Allora il punto $t = 0$ è per u un punto $\boxed{\text{a}}$ di minimo relativo; $\boxed{\text{b}}$ di massimo relativo; $\boxed{\text{c}}$ di flesso; $\boxed{\text{d}}$ non stazionario.

10. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ data da $f(x) = \int_0^1 \exp(-6xy^2)\,dy$ e sia $f(x) = a + bx + o(x)$ il suo sviluppo del primo ordine per $x \to 0$. Allora (a,b) vale $\boxed{\text{a}}$ $(0,1)$; $\boxed{\text{b}}$ $(1,-2)$; $\boxed{\text{c}}$ $(1,2)$; $\boxed{\text{d}}$ $(0,-2)$.

---

spazio riservato alla commissione