

Concetti di Analisi Matematica di Base

Appello del giorno	Cognome e nome (stampatello)	C.L. (M/F)
16/06/03		

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Da $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 5$ segue che esiste $\delta > 0$ tale che $f(x) > 0$ per ogni x appartenente all'intervallo a $(\delta, +\infty)$; b $(-\infty, \delta)$; c $(\delta, 2\delta)$; d $[0, \delta)$.
2. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (1+x)\sqrt{1+x^2}$. Allora per $x \rightarrow 0$ vale lo sviluppo a $f(x) = x + o(x)$; b $f(x) = 1 + 3x + o(x)$; c $f(x) = 1 + x + o(x)$; d $f(x) = 1 + (3x/2) + o(x)$.
3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ data dalla formula $f(x, y, z) = \exp(x^2 - y^3 + 2z^3)$ e sia \mathbf{r} il versore che rende massima la derivata direzionale $(\partial f / \partial \mathbf{r})(1, 1, 1)$. Allora esiste $c > 0$ tale che $c\mathbf{r}$ valga a $(2, 3, 6)$; b $(2, -3, 6)$; c $(-2, 3, -6)$; d $(2, -3, 3)$.
4. Si considerino le serie $S = \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{n}$ e $S' = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sqrt{1+n^2}$. Allora a S e S' convergono; b S e S' divergono; c S converge e S' diverge; d S diverge e S' converge.
5. La funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = \sqrt{x} \sin x$ se $x > 0$ e $f(x) = 0$ se $x \leq 0$ risulta a differenziabile in 0; b discontinua in 0; c continua in 0 ma non differenziabile in 0; d limitata in \mathbb{R} .
6. Sia $\sum a_n$ una serie a termini reali positivi convergente. Allora a $\{a_n\}$ è monotona; b $\lim a_{n+1}/a_n < 1$; c $a_n = o(1/n)$; d $\{a_n^2\}$ è limitata.
7. Sia $x \in \mathbb{R}$. Allora la successione $\{nx^n \arctan n\}$ converge se e solo se a $x \geq 0$; b $x < 1$; c $0 < x < 1$; d $|x| < 1$.
8. Sia $\Sigma = \{x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 : |x| = 2\}$ e sia $f : \Sigma \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |x|$ se $x_i < 0$ per $i = 1, 2, 3$ e $f(x) = 0$ altrimenti. Allora la media $\int_{\Sigma} f dS$ vale a $1/8$; b $1/4$; c 4 ; d $1/2$.
9. Sia C la circonferenza di \mathbb{R}^2 di centro $(0, 0)$ e raggio 3 e sia $f : C \rightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \arctan y/x$ se x e y sono entrambi positivi e $f(x, y) = 0$ altrimenti. Allora il prodotto $\pi^{-2} \int_C f ds$ vale a $1/8$; b $3/8$; c 1 ; d $3/4$.
10. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x \sin^2 2x}{\ln(1 + 4x^3)}$ vale a 0 ; b 1 ; c $1/4$; d $+\infty$.

spazio riservato alla commissione