

## Analisi Matematica 2

<b>Prova scritta</b>  <b>15/09/14</b>	<b>Cognome e nome (stampatello chiaro)</b>	<b>C.L. (Mat/Fis)</b>
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3, Bianca = 0, Errata = -1.**

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia  $a \in \mathbb{R}$ . Allora la serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{n} - \arctan \frac{1}{n}\right)$  ☐a diverge per ogni  $a$ ; ☐b converge se  $a > 1$ ; ☐c converge se  $a = 1$ ; ☐d diverge se e solo se  $a \leq 1$ .
- 2. **Fisici:** Siano  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \geq 1\}$  e  $f(x, y) = x^2 + y^2$  per  $(x, y) \in A$ . Allora ☐a  $(0, 1/3)$  è un punto di estremo locale; ☐b  $f$  ha massimo assoluto; ☐c  $f$  non ha minimo assoluto; ☐d  $(1/2, 0)$  è un punto di estremo assoluto.
- 3. **Fisici:** Siano  $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, |(x, y)| \leq 1\}$  e  $I = \int_B \exp(|(x, y)|^2) dx dy$ . Allora  $I$  vale ☐a  $\pi(e - 1)$ ; ☐b  $\pi(e - 1)/8$ ; ☐c  $\pi(e - 1)/2$ ; ☐d  $\pi(e - 1)/4$ .
4. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $g(x) = \sqrt{x}(\sinh \sqrt{x})^4$  se  $x > 0$  e  $g(x) = 0$  se  $x \leq 0$ . Allora  $g$  è ☐a non differenziabile in 0; ☐b di classe  $C^1$  e non  $C^2$ ; ☐c di classe  $C^3$  e non  $C^4$ ; ☐d di classe  $C^2$  e non  $C^3$ .
5. Sia  $u$  una soluzione massimale dell'equazione  $u'(t) = t^4(64 - u^6(t))$ . Allora  $u$  è soluzione globale se ☐a  $u(0) = -4$ ; ☐b  $u(6) = -4$ ; ☐c  $u(6) = 1$ ; ☐d  $u(0) = -6$ .
6. Sia  $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $h(x, y) = (y^2 - 1)^2 + x^2$ . Allora  $h$  ☐a ha minimo assoluto in  $(0, 0)$ ; ☐b non ha minimo assoluto; ☐c ha massimo assoluto in  $(0, -1)$ ; ☐d ha due punti di minimo locale.
7. Siano  $\Omega$  un aperto di  $\mathbb{R}^3$  e  $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  continua. Allora  $f$  è (notazioni: L=lipschitziana, U=unif. continua) ☐a L se  $f$  è di classe  $C^1$  con  $\nabla f$  limitato; ☐b U se  $\Omega$  è un disco; ☐c L se  $\Omega = \mathbb{R}^3$ ; ☐d U se  $f$  è differenziabile con  $\nabla f$  limitato e  $\Omega$  è un semipiano.
8. Sia  $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  di classe  $C^\infty$  tale che  $u'''(t) - 6u''(t) + 8u'(t) = 3e^t$  per ogni  $t$ . Allora ☐a  $u$  è limitata; ☐b  $u$  è monotona; ☐c il limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(t)$  esiste finito; ☐d  $\lim_{x \rightarrow -\infty} |u(t)| = +\infty$ .
9. Siano  $\Gamma = \{(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R} : 3y = x^3\}$ ,  $a, b > 0$  e  $I = \int_0^1 \sqrt{a + x^b} dx$ . Allora  $I$  è la lunghezza di  $\Gamma$  se  $(a, b)$  vale ☐a  $(1, 4)$ ; ☐b  $(1, 2)$ ; ☐c  $(3, 1)$ ; ☐d  $(1, 3)$ .
10. Il limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{x^3 \sqrt{x^2 - 1} - x^4 + (x^2/2)\}$  vale ☐a 0; ☐b  $+\infty$ ; ☐c  $-1/4$ ; ☐d  $-1/8$ .

---

**spazio riservato alla commissione**