

Analisi Matematica 2

Prova scritta 15/09/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così: ■

L'esercizio contrassegnato con • è diverso per i matematici e i fisici.

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti.**

1. Sia $a \in \mathbb{R}$. Allora la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)$ a diverge per ogni a ; b converge se $a > 1$; c converge se $a = 1$; d diverge se e solo se $a \leq 1$.
- 2. **Fisici:** Siano $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 9y^2 \geq 1\}$ e $f(x, y) = x^2 + y^2$ per $(x, y) \in A$. Allora (0, 1/3) è un punto di estremo locale; b f ha massimo assoluto; c f non ha minimo assoluto; d (1/2, 0) è un punto di estremo assoluto.
- 3. **Fisici:** Siano $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0, |(x, y)| \leq 1\}$ e $I = \int_B \exp(|(x, y)|^2) dx dy$. Allora I vale a $\pi(e-1)$; b $\pi(e-1)/8$; c $\pi(e-1)/2$; d $\pi(e-1)/4$.
4. Sia $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $g(x) = \sqrt{x}(\sinh \sqrt{x})^4$ se $x > 0$ e $g(x) = 0$ se $x \leq 0$. Allora g è a non differenziabile in 0; b di classe C^1 e non C^2 ; c di classe C^3 e non C^4 ; d di classe C^2 e non C^3 .
5. Sia u una soluzione massimale dell'equazione $u'(t) = t^4(64 - u^6(t))$. Allora u è soluzione globale se a $u(0) = -4$; b $u(6) = -4$; c $u(6) = 1$; d $u(0) = -6$.
6. Sia $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $h(x, y) = (y^2 - 1)^2 + x^2$. Allora h a ha minimo assoluto in $(0, 0)$; b non ha minimo assoluto; c ha massimo assoluto in $(0, -1)$; d ha due punti di minimo locale.
7. Siano Ω un aperto di \mathbb{R}^3 e $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Allora f è (notazioni: L=lipschitziana, U=unif. continua) a L se f è di classe C^1 con ∇f limitato; b U se Ω è un disco; c L se $\Omega = \mathbb{R}^3$; d U se f è differenziabile con ∇f limitato e Ω è un semipiano.
8. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^∞ tale che $u'''(t) - 6u''(t) + 8u'(t) = 3e^t$ per ogni t . Allora a u è limitata; b u è monotona; c il limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(t)$ esiste finito; d $\lim_{x \rightarrow -\infty} |u(t)| = +\infty$.
9. Siano $\Gamma = \{(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R} : 3y = x^3\}$, $a, b > 0$ e $I = \int_0^1 \sqrt{a + x^b} dx$. Allora I è la lunghezza di Γ se (a, b) vale (1, 4); b (1, 2); c (3, 1); d (1, 3).
10. Il limite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{x^3 \sqrt{x^2 - 1} - x^4 + (x^2/2)\}$ vale a 0; b $+\infty$; c $-1/4$; d $-1/8$.

spazio riservato alla commissione