

Analisi Matematica 1

Prova scritta 15/09/14	Cognome e nome (stampatello chiaro)	C.L. (Mat/Fis)
---	--	-----------------------

Una e una sola è la risposta esatta. Annerire la casella scelta così:

Punti per ogni risposta: **Esatta = 3**, **Bianca = 0**, **Errata = -1**.

Tempo a disposizione: **1 ora e 45 minuti**.

1. Data la successione reale $\{a_n\}$, per $k = 1, 2$ si denoti con S_k la serie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n^k$. Allora S_1 converge se e solo se S_2 converge; S_2 diverge se S_1 diverge; S_1 e S_2 convergono assolutamente se $a_n = o(1/n)$ per $n \rightarrow \infty$; S_2 converge se S_1 converge assolutamente.
2. L'integrale $\int_4^8 \frac{x}{x-2} dx$ vale $4 + 2 \ln 3$; $3 + \ln 2$; $4 + \ln 2$; $2 + \ln 3$.
3. Per $x, y \in (0, +\infty)$ sia $f(x, y) = x^3 y$ e sia A l'insieme dei valori delle derivate direzionali di f in $(1, 1/4)$. Allora $\sup A$ vale $4/3$; $3/4$; $5/4$; $4/5$.
4. La funzione $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = x^3|x| - x^{-5}$ è strettamente crescente; continua ma non di classe C^1 ; non differenziabile; di classe C^1 e non monotona.
5. Perché $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sia integrabile secondo Riemann rispetto alla misura ordinaria è nec. che esista $n \in \mathbb{N}$ tale che $f(x) \leq (n^6 - |x|^6)^+$ per ogni x ; suff. che f sia limitata; nec. che f sia continua tranne al più in un insieme finito di punti; suff. che f assuma solo un numero finito di valori.
6. Siano $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ di classe C^1 e $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da $u(x, y) = f(3x + 2y)$. Allora u verifica in \mathbb{R}^2 $2D_x u + 3D_y u = 0$; $3D_x u - 2D_y u = 0$; $3D_x u + 2D_y u = 0$; $2D_x u - 3D_y u = 0$.
7. Sia $A = \{\operatorname{Im} e^z : z \in \mathbb{C}, \operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z, 0 \leq \operatorname{Re} z \leq \pi\}$. Allora $\max A$ vale $e^{\pi/2} \sqrt{2}$; $e^{3\pi/2} \sqrt{2}$; $e^{3\pi/4} / \sqrt{2}$; $e^{\pi/4} / \sqrt{2}$.
8. Sia $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $u^2(x) = x^2 u(x) + 1 + x^2$ per ogni x . Se u è differenziabile e $u(1) = 2$, allora $u'(1)$ vale -2 ; 3 ; 2 ; -3 .
9. Sia $G = F^{-1}$ ove $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è la funzione biettiva data da $F(x) = 3 + \int_{-x}^x \cosh(y^2) dy$. Allora $G'(3)$ vale $1/5$; $1/3$; $1/2$; 1 .
10. Il limite $\lim_{x \rightarrow 0} (3e^{-x} + 2e^{3x} - 5) / (2 \sin 3x)$ vale 2 ; $1/2$; 3 ; $-1/3$.

spazio riservato alla commissione